Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет»

Н.Г. Полюшкин

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания к практическим занятиям

Электронное издание

Красноярск 2017

Рецензент
Н.В. Кузьмин, канд. техн. наук, доц. каф. «Тракторы и автомобили» Красноярского государственного аграрного университета

Полюшкин, Н.Г.

Начертательная геометрия: метод. указания к практическим занятиям/ Н.Г. Полюшкин; Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск, 2017. – 52 с.

Представлены теоретические сведения и примеры решения типовых задач по дисциплине.

Предназначено для бакалавров всех форм обучения по направлениям подготовки 19.03.02 «Продукты питания из растительного сырья» и 19.03.03 «Продукты питания животного происхождения».

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия – это наука о методах построения изображений пространственных форм на плоскости. Методы начертательной геометрии находят применение в различных областях науки и техники: в машиностроении, архитектуре, строительстве, изобразительном искусстве.

Основным методом проецирования является ортогональное проецирование. Этот метод основан на проецировании пространственного объекта на две взаимно перпендикулярные плоскости лучами, перпендикулярными к этим плоскостям.

Методические указания содержат теоретические сведения с примерами решения типовых задач и алгоритмами их построений. В конце каждой темы для самопроверки приводятся контрольные вопросы.

В методических указаниях рассматривается: проецирование точки и прямой линии; взаимное расположение прямых; точка и прямая в плоскости; пересечение плоскостей; способы преобразования комплексного чертежа; пересечение многогранников плоскостью и прямой; поверхности вращения; построение разверток.

1. ТОЧКА

1.1. Проецирование точки

Проецирование ведется на три взаимно перпендикулярные плоскости (рисунок 1.1, а):

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций;

Π_2 – фронтальная плоскость проекций;

Π_3 – профильная плоскость проекций.

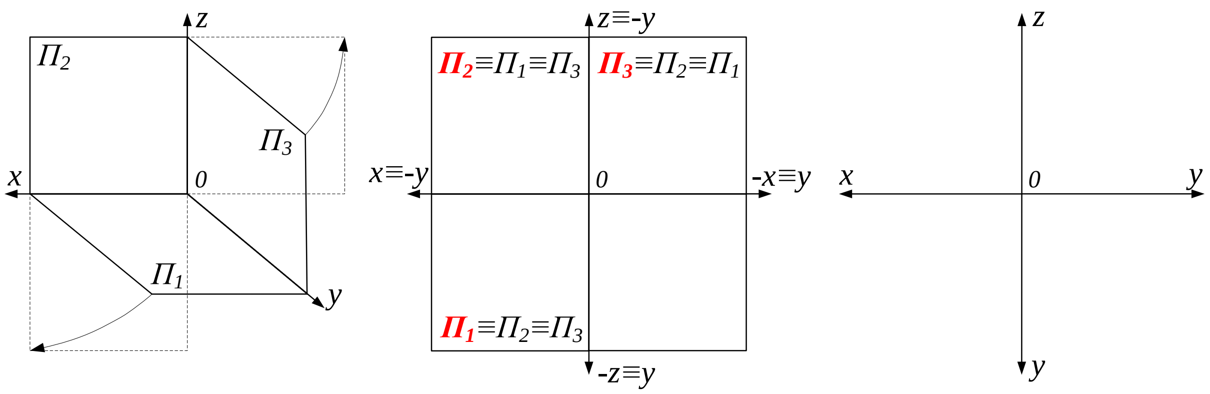
Линии пересечения этих плоскостей называют координатными осями (оси проекций):

Ox – ось абсцисс;

Oy – ось ординат;

Oz – ось аппликат

Для выполнения чертежей пространственную модель (рисунок 1.1, а) преобразуют в плоскую, совмещая плоскости Π_1и Π_3 с плоскостью Π_2 (плоскость чертежа) (рисунок 1.1, б).



а б в

Рисунок 1.1

Обычно при решении задач плоскости проекции и отрицательные направления осей на чертеже не обозначаются. Такой чертеж называют эпюром Монжа (рисунок 1.1, в).

Выполняя чертеж точки, следует учитывать:

– проецирующие лучи перпендикулярны плоскостям проекций и параллельны осям координат (рисунок 1.2): $AA_1 \perp \Pi_1$ и $AA_1 \parallel z$, $AA_2 \perp \Pi_2$ и $AA_2 \parallel y$, $AA_3 \perp \Pi_3$ и $AA_3 \parallel x$;

– положение точки в пространстве определяется координатами (x, y, z), указывающими величины расстояний удаленности точки A от плоскостей проекций (рисунок 1.2): по оси x – левее или правее; по оси y – ближе или дальше; по оси z – выше или ниже;

– по двум проекциям точки всегда можно построить третью (рисунок 1.3, а – в).

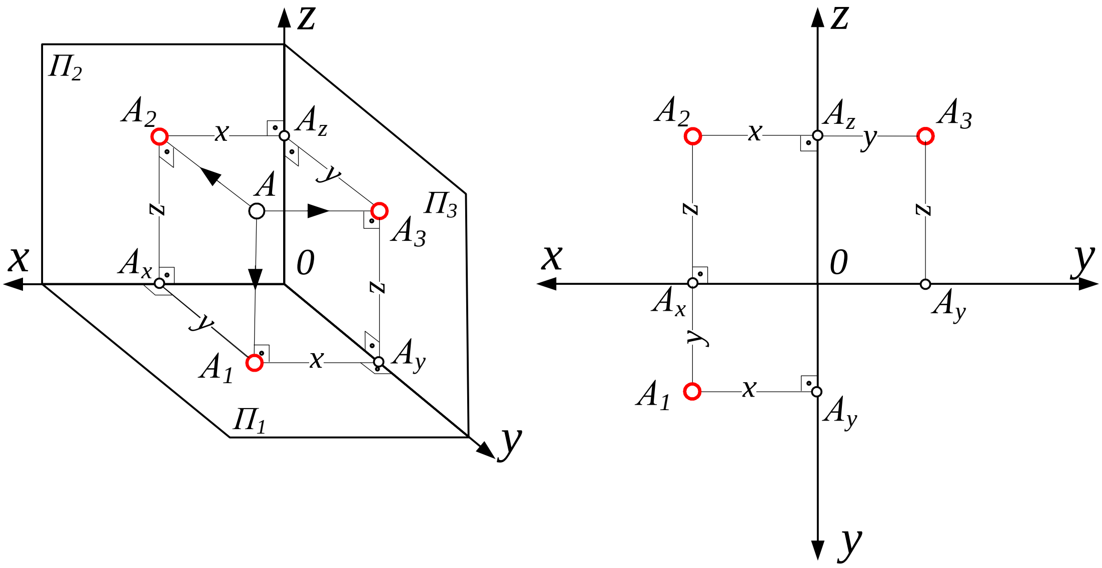
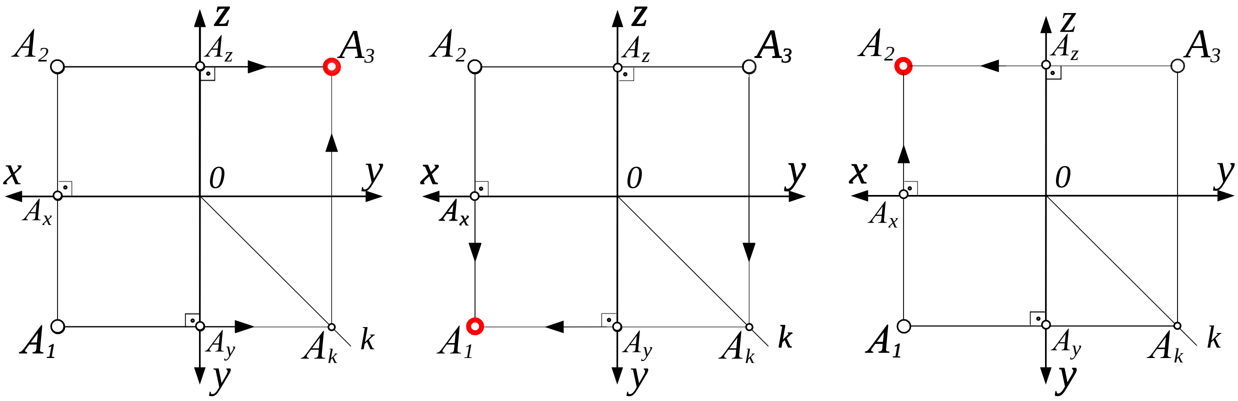


Рисунок 1.2

Алгоритм построения третьей проекции (профильной) точки сводится к следующему (рисунок 1.3, а):

1) через фронтальную проекцию точки A_2 провести линию связи перпендикулярно оси z (A_2A_3) $\perp z$);

2) замерить расстояние, равное ординате точки ($y=[A_1A_x]$), и отложить его (с учетом знака) от оси z на проведенной линии связи ($[A_1A_x]=[A_zA_3]$).



а б в

Рисунок 1.3

Порядок построения горизонтальной и фронтальной проекций точки аналогичен предыдущему (рисунок 1.3, б, в).

Между проекциями установлена связь с помощью ломаной линии $A_1A_0A_3$, при этом точка A_0 лежит на биссектрисе угла – постоянной прямой *k*.

С помощью постоянной прямой *k* решаются задачи по определению третьей проекции точки при отсутствии осей координат (рисунок 1.4).

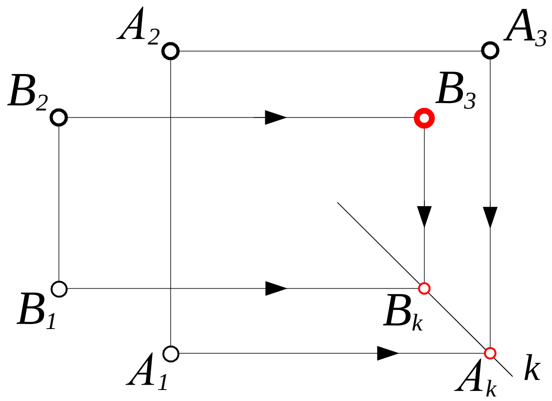


Рисунок 1.4

Порядок построения сводится к следующему:

1) через A_1 проводят горизонтальную линию, а через A_3 вертикальную. Отмечают точку пересечения этих линий – A_k;

2) через A_k проводят постоянную прямую *k*;

3) через B_1 проводят горизонтальную линию до пересечения с *k;*

4) через B_2 проводят горизонтальную линию до пересечения с вертикалью, проведенной через B_k. Точка пересечение этих линий третья проекция – B_3.

1.2. Конкурирующие точки

Точки в пространстве могут совпадать или не совпадать. Если точки в пространстве совпадают ($A \equiv B$), то совпадают абсолютно все их проекции – $A_1 \equiv B_1$ и $A_2 \equiv B_2$ (рисунок 1.5).

Точки, имеющие одну пару совпавших одноименных проекций, называются конкурирующими. Если совпадают горизонтальные проекции точек ($C_1 \equiv (D_1)$), то точки *C* и *D* называют горизонтально-конкурирующие. Если совпадают фронтальные проекции точек ($E_2 \equiv (F_2)$), то точки *E* и *F* – фронтально-конкурирующие.

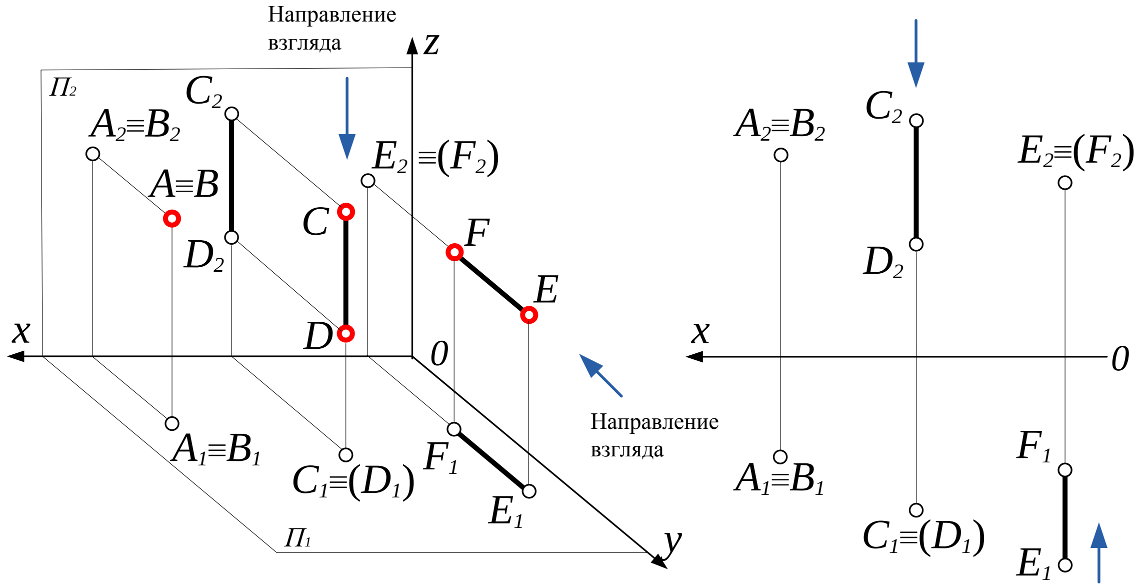


Рисунок 1.5

С помощью конкурирующих точек определяют видимость линий на чертежах. Если заданы горизонтально конкурирующие точки C и D, то видна горизонтальная проекция C_1, так как ее фронтальная проекция C_2 расположена выше D_2.

Для фронтально-конкурирующих точек E и F на эпюре видна фронтальная проекция E_2, так как горизонтальная проекция E_1 расположена ближе, чем F_1.

Невидимая проекция точки условно обозначается круглыми скобками – проекции (D_1) и (F_2).

Контрольные вопросы

1. Как называются плоскости $П_1$, $П_2$ и $П_3$?
2. Что называется эпюром Монжа?
3. Каков алгоритм построения третьей проекции точки?
4. Какими координатами определяется положение горизонтальной, фронтальной или профильной проекции точки относительно начала координат?
5. Сколько проекций необходимо для определения точки в пространстве?
6. Какие точки называются конкурирующими точками?
7. В чем заключается отличие горизонтально-конкурирующих точек от фронтально-конкурирующих?
8. Как определяется видимость конкурирующих точек?

2. ПРЯМАЯ

Для того чтобы задать прямую линию в пространстве, достаточно двух точек. На эпюре прямая m будет определяться проекциями двух принадлежащих ей точек A и B (рисунок 2.1).

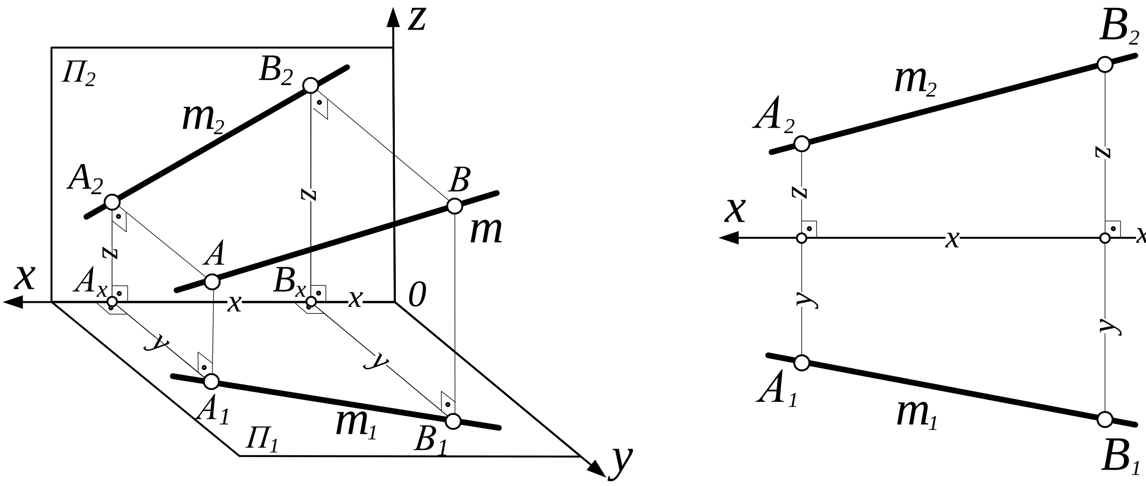


Рисунок 2.1

Точка пересечения прямой с плоскостью называется следом. На рисунке 2.2 построены горизонтальный след (H_a=a∩$П_1$) и фронтальный след (F_a=a∩$П_2$) прямой a.

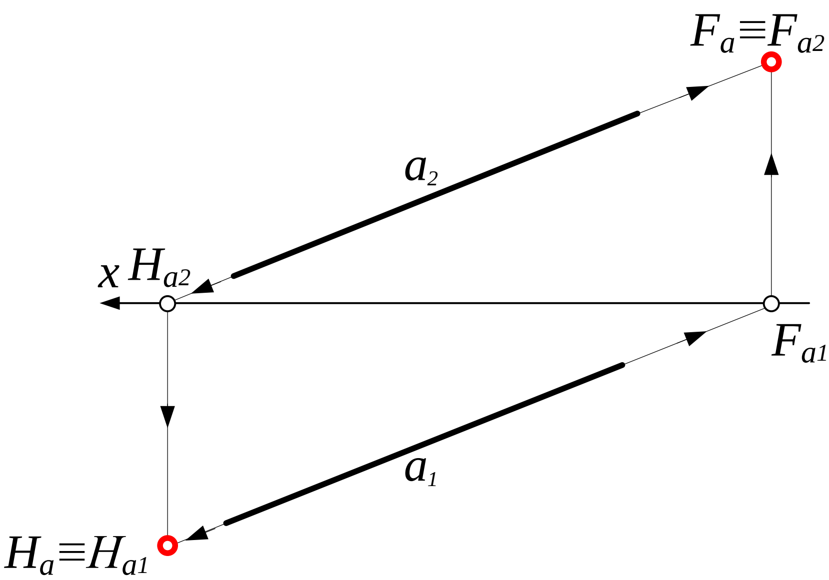


Рисунок 2.2

Алгоритм построения следа прямой заключается в следующем:

1) для определения горизонтального следа продолжают фронтальную проекцию прямой a_2 до пересечения с осью x (точка H_{a2});

2) из точки H_{a2} восстанавливают перпендикуляр к оси x до пересечения с продолженной горизонтальной проекцией прямой a_1. Полученная точка H_{a1} является горизонтальной проекцией горизонтального следа, и она совпадает с самим горизонтальным следом H_a прямой a.

Аналогичным образом определяется фронтальная проекция следа F_{a2} и фронтальный след F_a прямой a.

2.1. Взаимное расположение точки и прямой

Возможны два случая взаимного расположения точки и прямой:

– точка принадлежит прямой ($A \in m$). При этом обе проекции точки должны принадлежать одноименной проекции прямой – $A_1 \in m_1$ и $A_2 \in m_2$ (рисунок 2.3, а);

– точка не принадлежит прямой ($B \notin l$ и $C \notin l$). При этом хотя бы одна из проекций точки не принадлежит проекциям прямой – $B_1 \notin l_1$, $B_2 \notin l_2$ и $C_2 \notin l_2$ (рисунок 2.3, б).

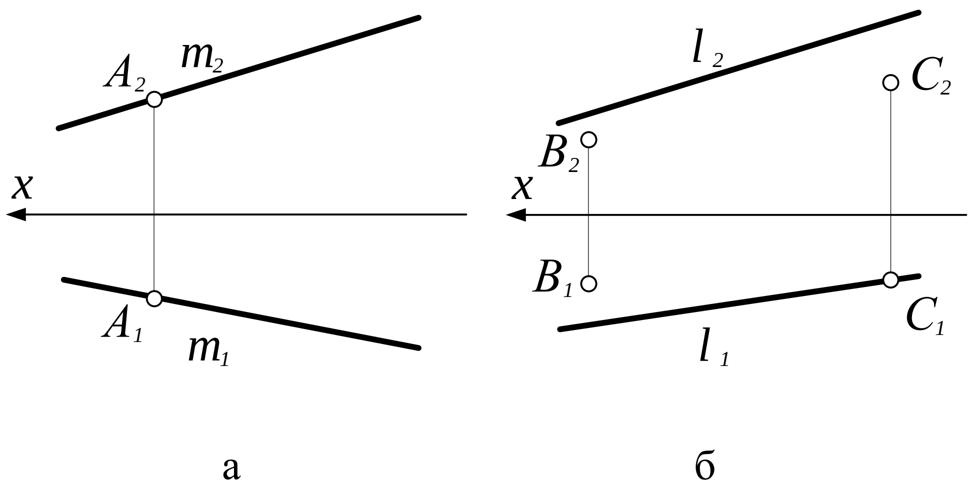


Рисунок 2.3

2.2. Деление отрезка прямой в заданном отношении

Чтобы разделить отрезок прямой в данном отношении, достаточно разделить в этом отношении одну из проекций заданного отрезка. После чего с помощью линии связи перенести делящую точку на другие проекции отрезка. На рисунке 2.4 точка C делит отрезок AB в отношении 2:3.

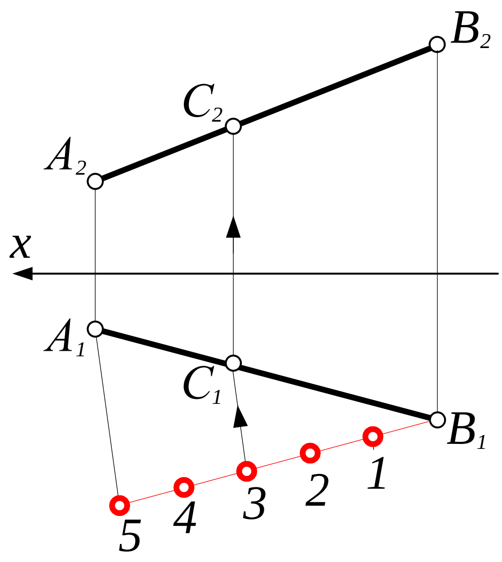


Рисунок 2.4

Алгоритм построения заключается в следующем:

1) из точки B (проекция B_1) проводят вспомогательную прямую, на которой отложено 5 равных отрезков произвольной длины;

2) соединяют точки A_1 и *5*, и параллельно этой прямой проводят прямую через точку *3* до пересечения с A_1B_1 в точке C_1;

3) вторую проекцию точки C (проекция C_2) строят по линии связи на A_2B_2.

2.3. Взаимное расположение двух прямых

В пространстве две прямые могут быть расположены параллельно, совпадать, пересекаться или перекрещиваться (рисунок 2.5, а – г).

Если прямые в пространстве параллельны ($a||b$), то на эпюре одноименные проекции параллельных прямых параллельны между собой – $a_1||b_1$ и $a_2||b_2$ (рисунок 2.5, а). Совпадение прямых – это частный случай параллельности (рисунок 2.5, б).

Если прямые в пространстве пересекаются ($g\cap e$), то на эпюре их одноименные проекции пересекаются в точке K – $g_1\cap e_1$в K_1и $g_2\cap e_2$ – в K_2. Точки пересечения K_1 и K_2 проекций этих прямых лежат на одной линии связи (рисунок 2.5, в).

Проекции скрещивающихся прямых ($k \dot{-} l$) на эпюре могут пересекаться, но при этом точки их пересечения не будут лежать на одной прямой (рисунок 2.5, в).

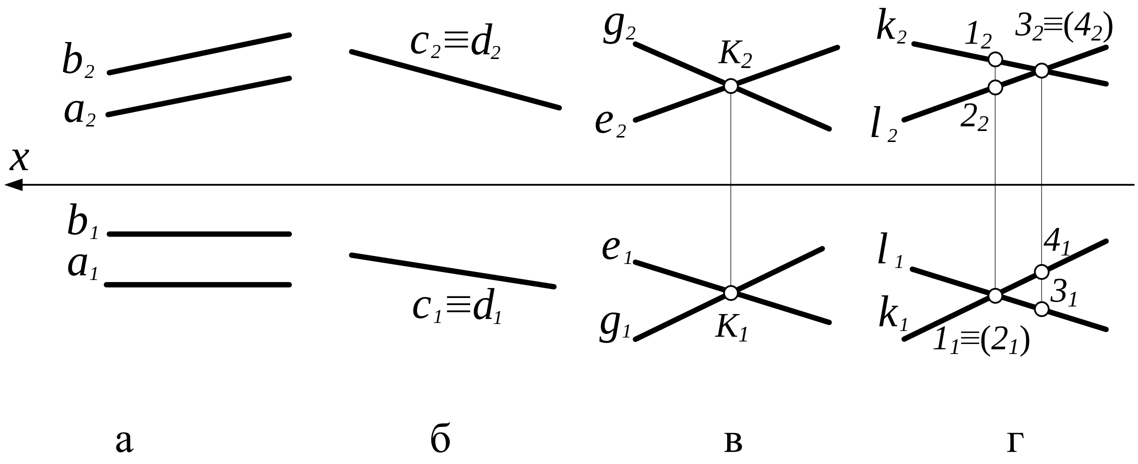


Рисунок 2.5

Относительно плоскостей проекций прямые могут занимать общее положение (рисунок 2.6) или частное – прямые уровня (рисунок 2.7, а – в) и проецирующие прямые (рисунок 2.8, а – в).

Прямой общего положения называется прямая, которая наклонена к плоскостям проекций под углами, отличными от 0° и 90°.

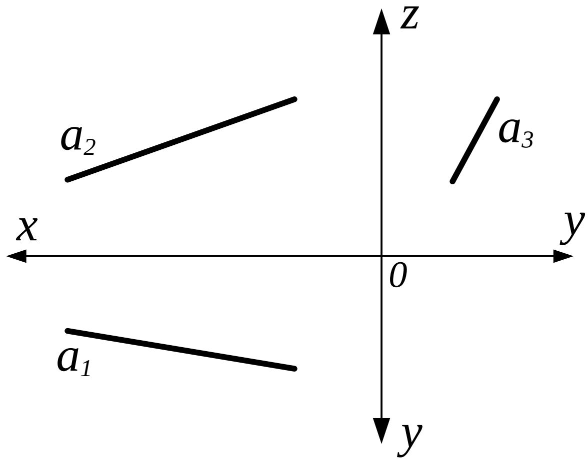


Рисунок 2.6

Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется прямой уровня.

Прямые уровня – это горизонталь *h*, фронталь *f* и профильная прямая *p*. С помощью прямых уровня определяют натуральную величину отрезков прямых и их углы наклона к плоскостям проекций:

– отрезок [*AB*] горизонтали *h* и углы β и γ проецируются в натуральную величину на плоскость проекций $П_1$ (рисунок 2.7, а);

– отрезок [*CD*] фронтали *f* и углы α и γ проецируются в натуральную величину на плоскость проекций $П_2$ (рисунок 2.7, б);

– отрезок [*EF*] профильной прямой *p* и углы α и β проецируются в натуральную величину на плоскость проекций $П_3$ (рисунок 2.7, в);

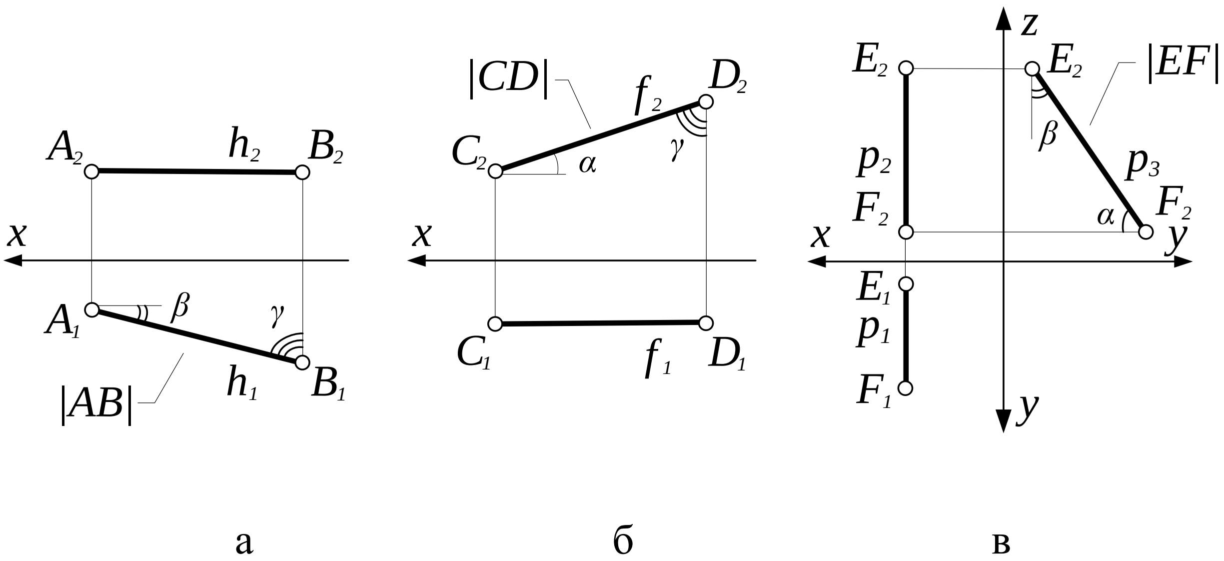


Рисунок 2.7

Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется проецирующей прямой.

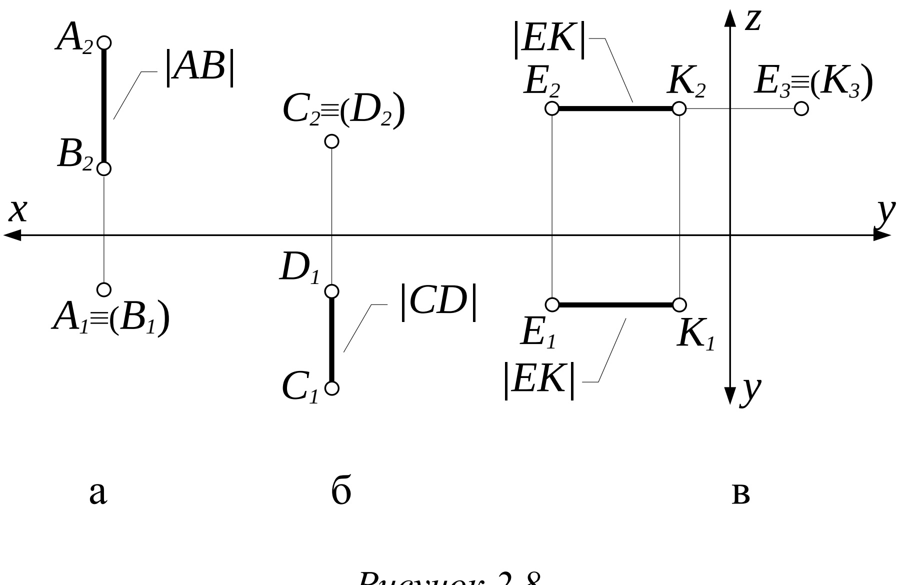


Рисунок 2.8

Проецирующих прямых три вида:

– горизонтально-проецирующая прямая $[AB] \perp П_1$. На плоскость $П_2$ проецируется в натуральную величину $|A_2B_2|=|AB|$ (рисунок 2.8, а);

– фронтально-проецирующая прямая $[CD] \perp П_2$. На плоскость $П_1$ проецируется в натуральную величину $|C_1D_1|= |CD|$ (рисунок 2.8, б);

– профильно-проецирующая прямая $[EK] \perp П_3$. На плоскости $П_1$ и $П_2$ проецируется в натуральную величину $|E_1K_1|=|E_2K_2|=|EK|$ (рисунок 2.8, в).

2.4. Определение натуральной величины прямой общего положения

Для определения натуральной величины отрезка прямой общего положения применяют метод прямоугольного треугольника (рисунок 2.9). В этом случае натуральная величина определяется величиной гипотенузы прямоугольного треугольника ($A_1B_1^{/}$ и $A_1^{/}B_2$) построенного на одной из проекций, как на катете (A_1B_1 или A_2B_2). Второй катет – это разница расстояний концов отрезка до плоскости проекций – $\Delta z = z_B - z_A$, или $\Delta y = y_A - y_B$. На плоскости $П_3$ это расстояние $\Delta x = x_A - x_B$.

Угол α и β это углы наклона прямой (AB) к плоскостям проекций $П_1$ и $П_2$.

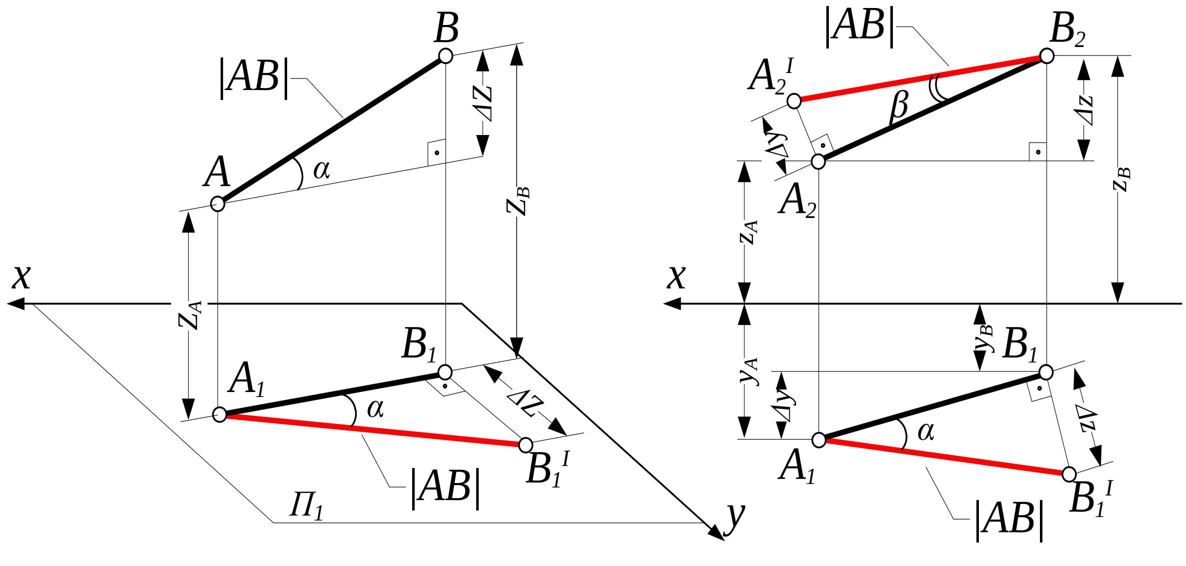


Рисунок 2.9

2.5. Построение проекции прямого угла

Прямой угол проецируется на плоскость в натуральную величину при следующих условиях (рисунок 2.10):

– одна из его сторон параллельна плоскости ($AB \| \Pi_1$ и $CD \| \Pi_2$);

– другая сторона не перпендикулярна плоскости, пересекает ее под острым углом.

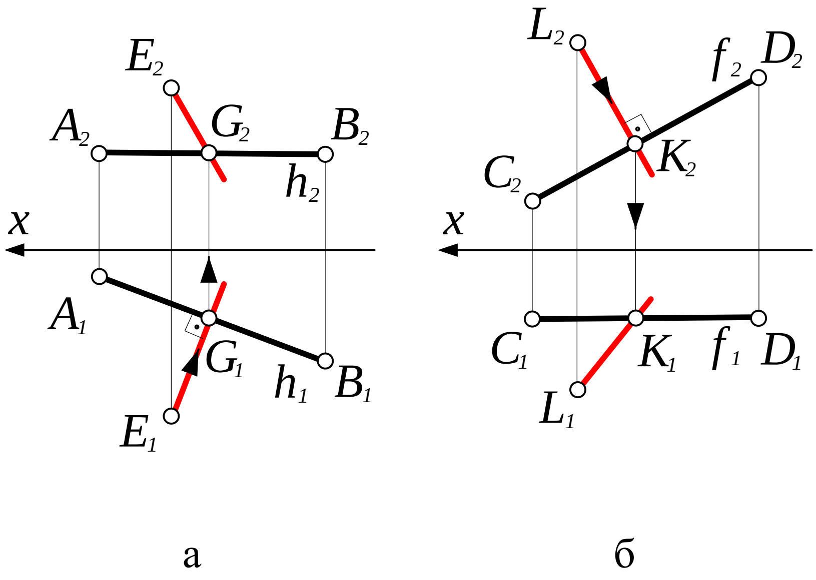


Рисунок 2.10

При построении на эпюре прямого угла за одну из его сторон берут горизонталь h (рисунок 2.10, а) или фронталь f (рисунок 2.10, б) и проводят перпендикулярный отрезок – $EG \perp AB$ ($E_1G_1 \perp A_1B_1$) и $LK \perp CD$ ($L_2K_2 \perp C_2D_2$). После чего по линиям связи достраивают недостающую проекцию отрезка (E_2G_2 и L_1K_1).

Контрольные вопросы

1. Сколько проекций точек необходимо, чтобы задать прямую на чертеже?
2. Как определить принадлежность точки прямой?
3. Как могут быть расположены две прямые относительно друг друга?
4. Дать определение прямой общего положения.
5. Какие прямые называются прямыми уровня? Перечислите их.
6. Какие прямые называют проецирующими? Перечислите их.

7. Что называется следом? Как найти горизонтальный и фронтальный след прямой?

8. Как определить натуральную величину отрезка прямой общего положения?

9. В каком случае прямой угол проецируется без искажений?

10. Как построить проекцию прямого угла?

3. ПЛОСКОСТЬ

Плоскость может быть задана:

– тремя точками, не лежащими на одной прямой (рисунок 3.1, а);

– прямой линией и точкой, не принадлежащей ей (рисунок 3.1, б);

– двумя пересекающимися прямыми (рисунок 3.1, в);

– двумя параллельными прямыми (рисунок 3.1, г);

– проекциями любой плоской фигуры (рисунок 3.1, д).

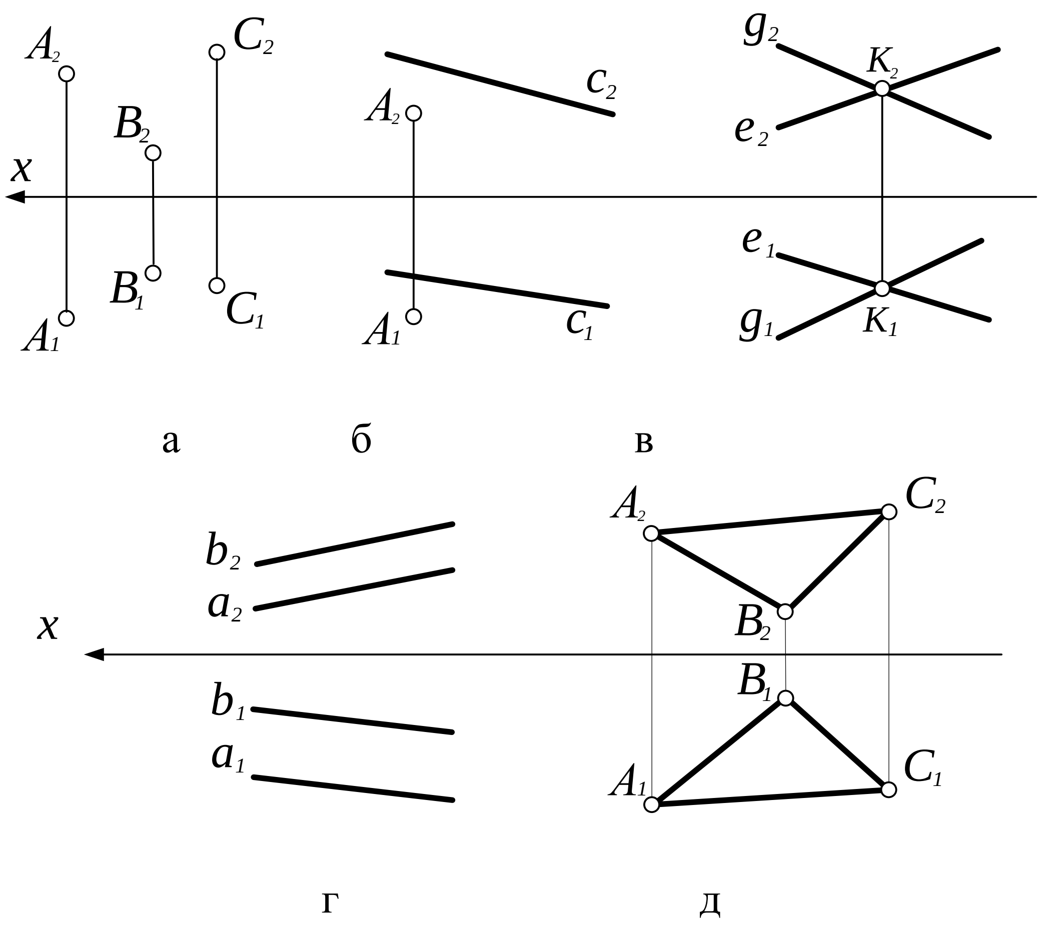


Рисунок 3.1

Плоскости могут занимать общее и частное положение по отношению к плоскостям проекций. Плоскость общего положения – это плоскость не параллельная и не перпендикулярная плоскостям проекций (рисунок 3.1, д).

Частное положение плоскости занимают, если они параллельны (плоскости уровня) или перпендикулярны (проецирующие плоскости) одной из плоскостей проекции.

Плоскости уровня подразделяются на три вида:

– горизонтальная плоскость – $\Gamma \| \Pi_1$ (рисунок 3.2, а);

– фронтальная плоскость – $\Phi \| \Pi_2$ (рисунок 3.2, б);

– профильная плоскость – $\Psi \| \Pi_3$ (рисунок 3.2, в).

Плоскости уровня Γ, Φ и Ψ заданы ΔABC.

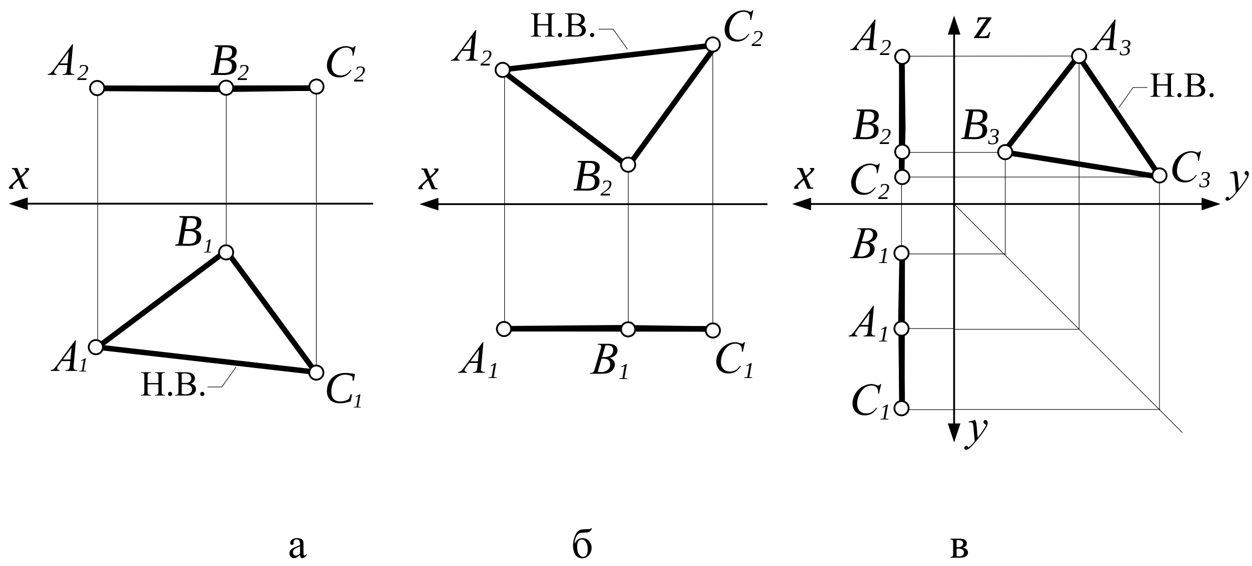


Рисунок 3.2

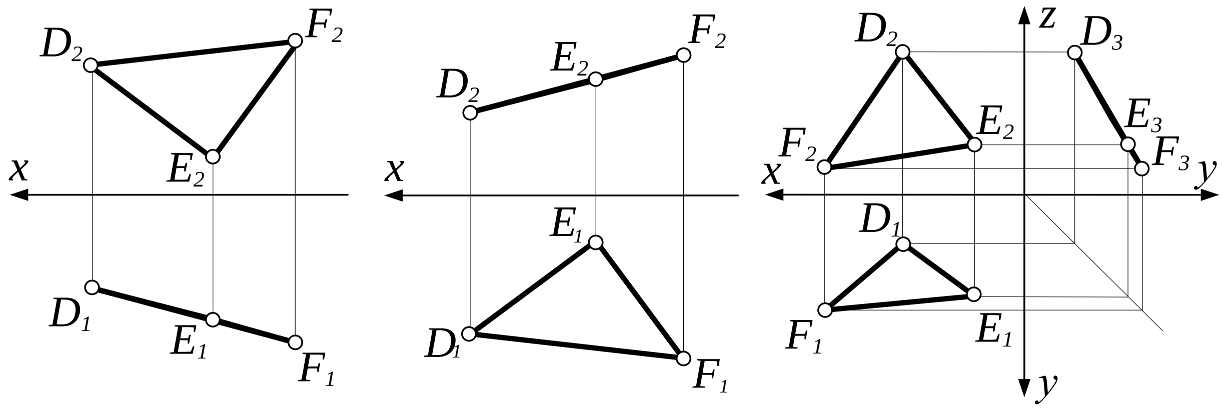
Проецирующие плоскости подразделяются на три вида:

– горизонтально-проецирующая плоскость – $\Sigma \perp \Pi_1$ (рисунок 3.3, а);

– фронтально-проецирующая плоскость – $\Sigma \perp \Pi_2$ (рисунок 3.3, б);

– профильно-проецирующая плоскость – $\Sigma \perp \Pi_3$ (рисунок 3.3, в).

Проецирующая плоскость Σ задана ΔDEF.



а б в

Рисунок 3.3

3.1. Взаимное расположение точки и плоскости

При взаимодействии точки и плоскости Σ (ΔABC) возможны два случая (рисунок 3.4):

– точка принадлежит плоскости ($D \in \Sigma$), если она принадлежит прямой, расположенной в этой плоскости – $D \in l$ (проекции $D_1 \in l_1$ и $D_2 \in l_2$);

– точка не принадлежит плоскости ($E \notin \Sigma$), если хотя бы одна из ее проекций не принадлежит одноименной проекции прямой $E \notin l$ (проекции $E_1 \in l_1$ и $E_2 \notin l_2$).

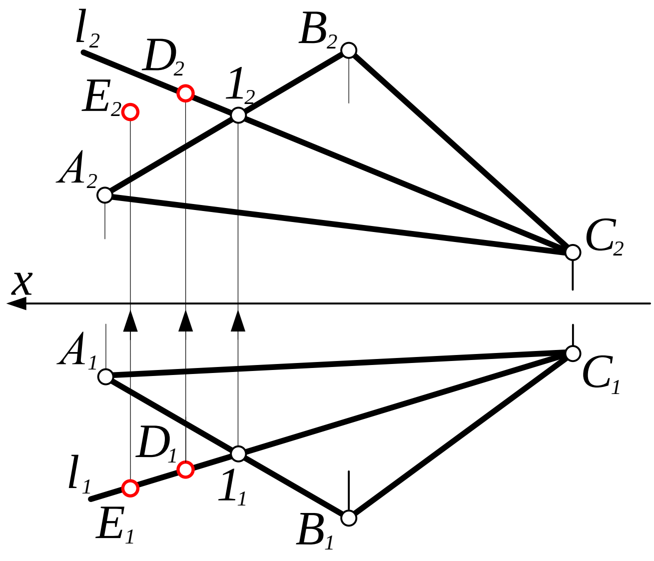


Рисунок 3.4

Для того чтобы определить взаимное расположение точки и плоскости, необходимо:

1) провести прямую, проекция которой будет проходить через одноименные проекции точек (l_1 пересекает E_1 и D_1);

2) построить недостающую проекцию прямой (l_2) и сравнить взаимное расположение одноименных проекций (l_2 и E_2 и D_2).

3.2. Взаимное расположение прямой и плоскости

Различают следующие случаи взаимного расположения прямой и плоскости:

– прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости;

– прямая параллельна плоскости, если одноименные проекции параллельны;

– прямая пересекает плоскость.

Точку пересечения прямой и плоскости определяют по следующему алгоритму (рисунок 3.5):

1) прямую m заключают в плоскость частного положения Ω;

2) строят линию пересечения заданной плоскости с плоскостью частного положения *12*. Горизонтальные проекции точек 1_1 и 2_1 строят по линиям связи;

3) определяют точку пересечения заданной прямой mс линией пересечения плоскостей *12* (проекции K_1 и K_2).

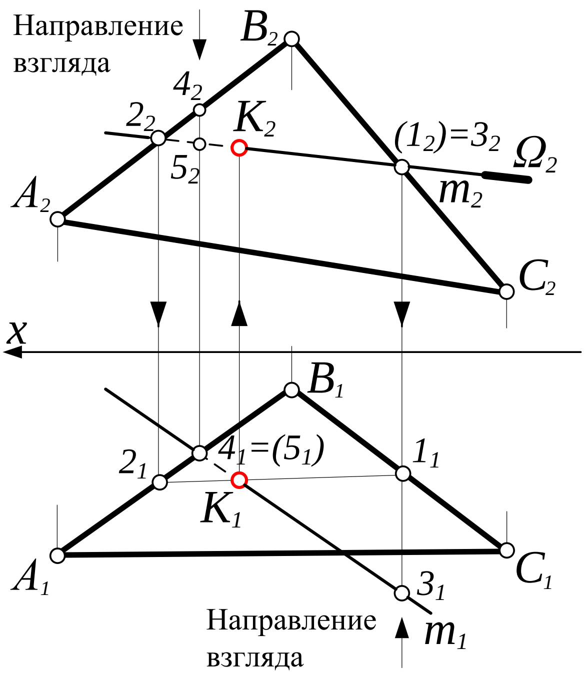


Рисунок 3.5

3.3. Главные линии плоскости

К главным линиям плоскости относятся горизонтали h, фронтали f, профильные прямые p и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций.

Горизонталью плоскости h (проекции h_1 и h_2) называется прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций (рисунок 3.6, а). Для построения проекций горизонтали проводим через точку A_2 прямую, параллельную оси x ($h_2 \| x$). Это будет фронтальная проекция горизонтали – h_2. Горизонтальную проекцию h_1 построим по линии связи.

Фронталью плоскости f (проекции f_1 и f_2) называется прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций (рисунок 3.6, б). Горизонтальная проекция фронтали на чертеже параллельна оси x ($f_1 \| x$), а фронтальную проекцию f_2 находим при помощи линии связи.

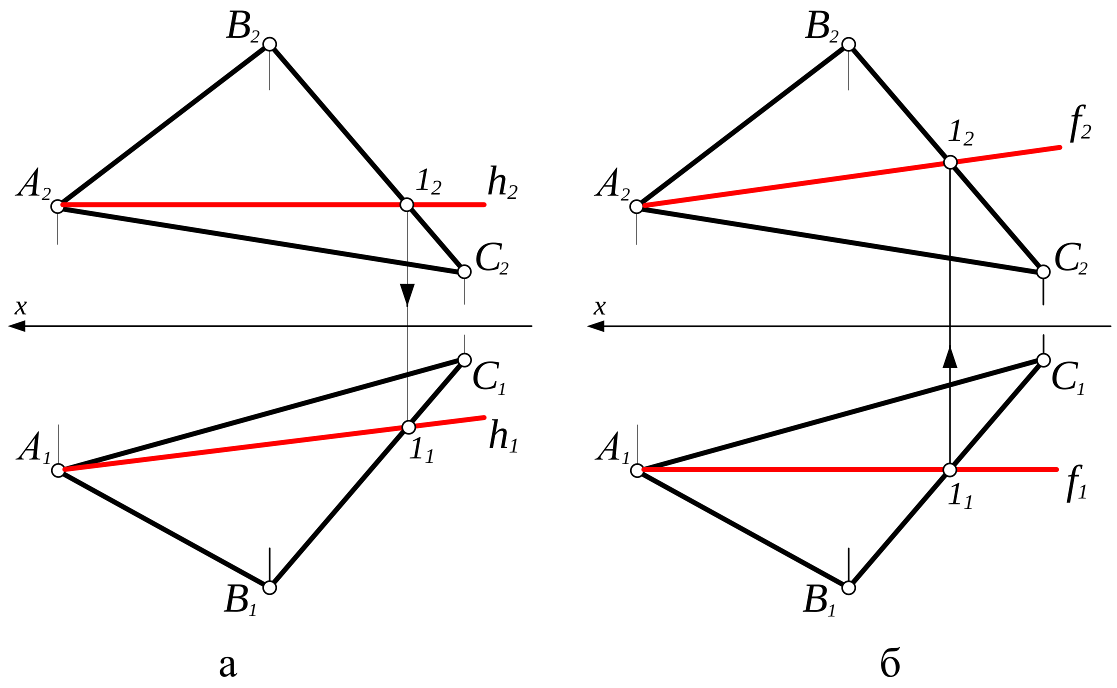


Рисунок 3.6

Профильная прямая p (проекции p_1, p_2 и p_3) – прямая линия, принадлежащая плоскости и параллельная профильной плоскости проекций (рисунок 3.7).

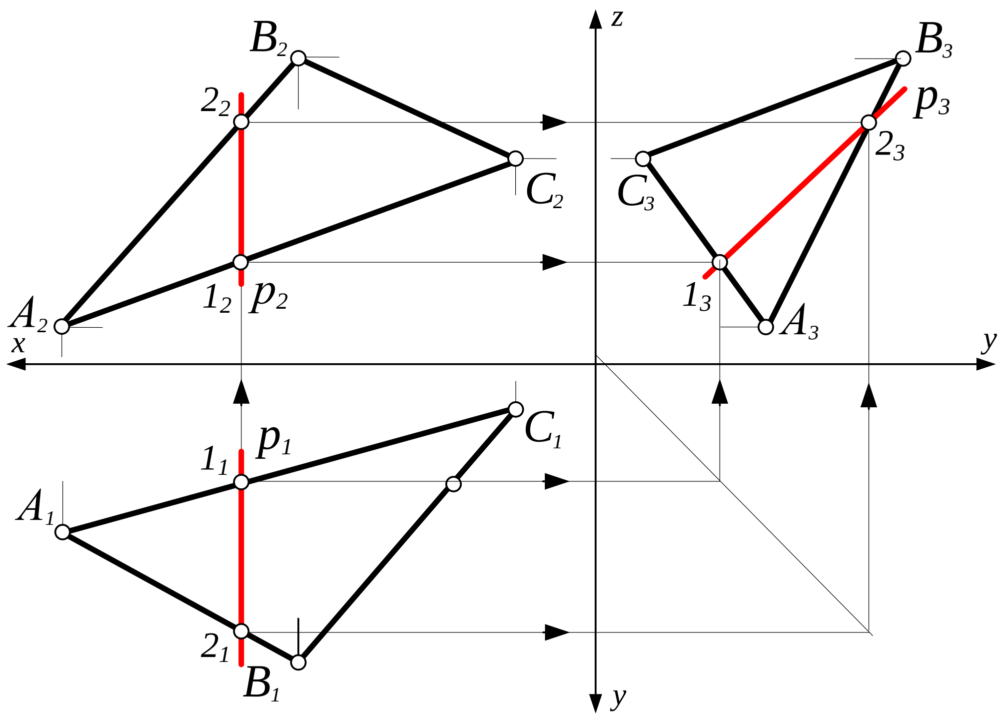


Рисунок 3.7

При этом фронтальная и горизонтальная проекции профильной прямой p (проекции p_1 и p_2) параллельны $П_3$. Для построения проекций профильной прямой проводим через точку B_1 прямую, параллельную оси y ($p_2||y$). Это будет горизонтальная проекция p_1. Фронтальную p_2 и профильную проекцию p_3 достраивают по линиям связи.

Линиями наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций называются прямые, принадлежащие этой плоскости и перпендикулярные фронтальным, горизонтальным или профильным прямым плоскости, или же соответствующим следам плоскости. Линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций называют линией ската.

Алгоритм построения линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций заключается в следующем:

1) провести произвольную горизонталь, принадлежащую данной плоскости (h_2);

2) провести произвольный перпендикуляр к горизонтали, расположенный в этой плоскости;

3) достроить недостающую проекцию перпендикуляра.

В данном случае построение ведется с помощью горизонтали h ($D_1E_1 \perp h_1$).

На рисунке 3.8 построена линия наибольшего наклона DE плоскости (ΔABC) к плоскости $П_1$.

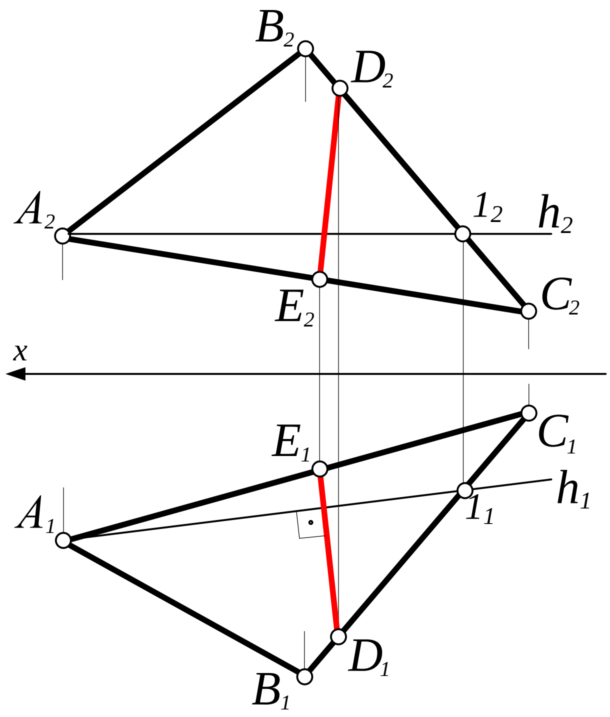


Рисунок 3.8

Построение линии наибольшего наклона к плоскостям проекций $П_2$ и $П_3$ производится аналогичным образом.

3.4. Две плоскости частного положения

Две плоскости в пространстве могут занимать относительно друг друга три положения (рисунок 3.9):

1) быть параллельными;

2) совпадать;

3) пересекаться.

Взаимное расположение двух плоскостей определяют на эпюре по расположению их одноименных проекций:

1) если одноименные проекции плоскостей параллельны, то и плоскости параллельны (рисунок 3.9, а);

2) если одноименные проекции плоскостей совпадают, то и плоскости совпадают (рисунок 3.9, б);

3) если одноименные проекции плоскостей пересекаются, то и плоскости пересекаются (рисунок 3.9, в).

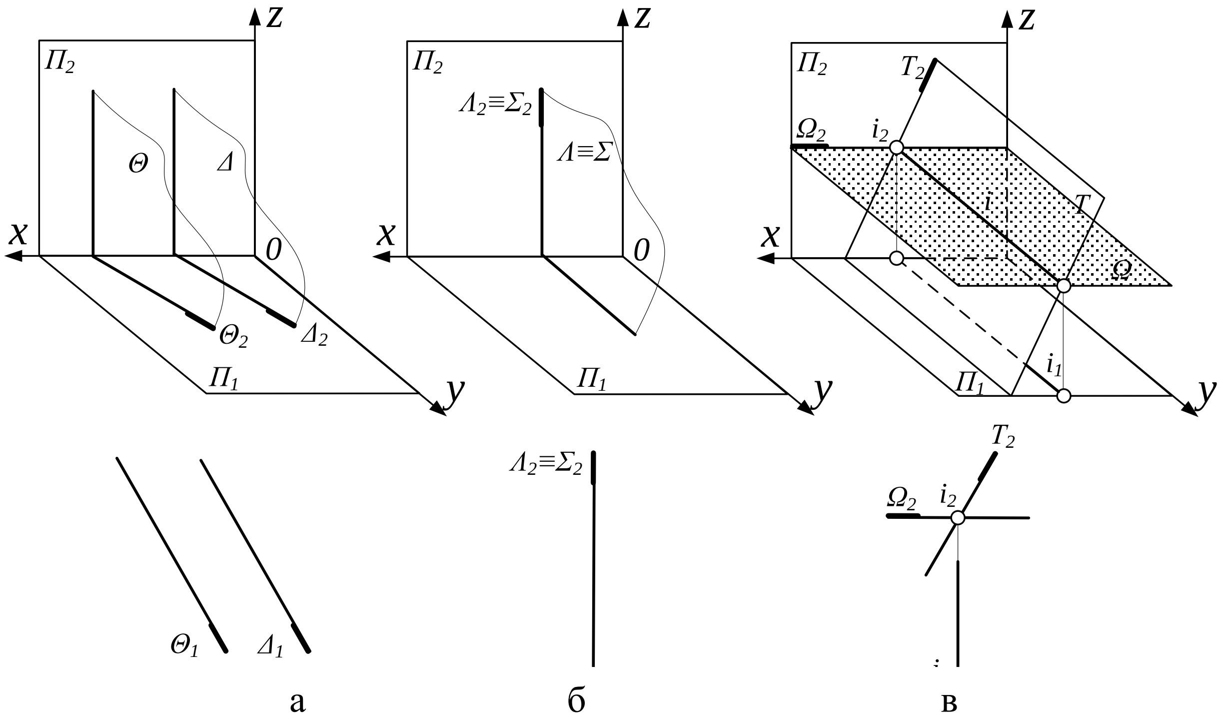


Рисунок 3.9

3.5. Пересечение плоскостей

При пересечении двух плоскостей определяют их линию пересечения. Для построения линии достаточно найти две точки, принадлежащие одновременно каждой из заданных плоскостей.

На рисунке 3.10 построена линия пересечения плоскостей $\Lambda(a \cap b)$ и $\Sigma(c \| d)$.

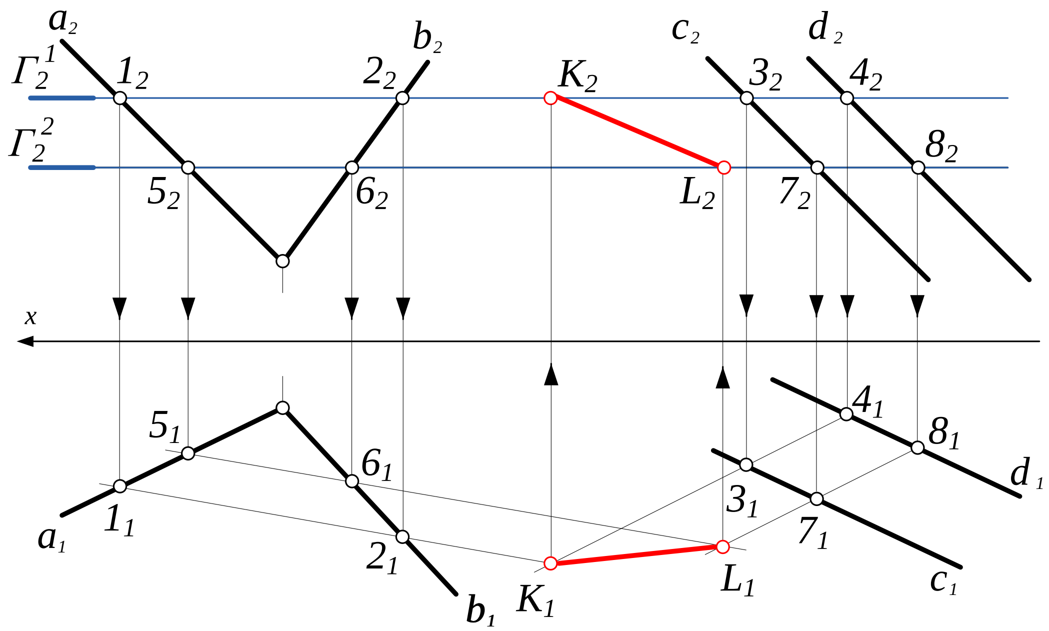


Рисунок 3.10

Алгоритм построения точек, принадлежащих линии пересечения двух плоскостей, сводится к следующему:

1) ввести вспомогательную секущую плоскость частного положения $\Gamma^1 \| \Pi_1$;

2) определить линии пересечения вспомогательной плоскости Γ^1 с заданными плоскостями: линия *12* – плоскость Γ^1 с плоскостью $\Lambda(a \cap b)$; линия *34* – плоскость Γ^1с плоскостью $\Sigma(c \| d)$;

3) найти точку пересечения полученных линий – точку *K*. Горизонтальная проекция K_1 определяется как точка пересечения $1_1 2_1$ с $3_1 4_1$, а фронтальная проекция K_2 – по линии связи на Γ_2^{I};

4) аналогичным образом определяются линии пересечения второй вспомогательной плоскости Γ^2 с заданными плоскостями – линии *56* и *78*. После чего строится точка пересечения построенных линий *L* – проекция L_1;

5) одноименные проекции точек соединяют и получают линию пересечения плоскостей.

Алгоритм построения линии пересечения двух плоскостей (ΔABC и ΔDEF) сводится к тому, чтобы поочередно найти две точки пересечения сторон одного треугольника с плоскостью другого. На рисунке 3.11 это пересечение *EF* с ΔABC и *AB* с ΔDEF. При этом через стороны *EF* и *AB* проведены фронтально-проецирующие плоскости δ и γ.

Плоскость Σ_2 пересекает ΔABC по прямой *12* – проекции $1_2 2_2$ и $1_1 2_1$. На пересечении проекций $1_1 2_1$ и $E_1 F_1$ получим горизонтальную проекцию точки пересечения прямой K_1(*EF* с ΔABC).

Плоскость Ω_2 пересекает ΔDEF по прямой *34* – проекции $3_2 4_2$ и $3_1 4_1$. На пересечении проекций $3_1 4_1$ и $A_1 B_1$ получим горизонтальную проекцию точки пересечения прямой L_1 (*AB* с ΔDEF).

Фронтальные проекции точек L_2 и K_2 построим по линиям связи на соответствующих сторонах – *EF*и *AB*. Соединив эти точки, получим линию пересечения двух плоскостей (*LK*).

Видимость треугольников определяют с помощью проекций конкурирующих точек $(5_1) \equiv 6_1$ и $(1_2) \equiv 3_2$. Так как фронтальная проекция точки 6_2 находится выше точки 5_2,то на горизонтальной плоскости проекции участок прямой $5_1 L_1$ будет невидимым. Аналогичным образом сравнивают вторую пару точек.

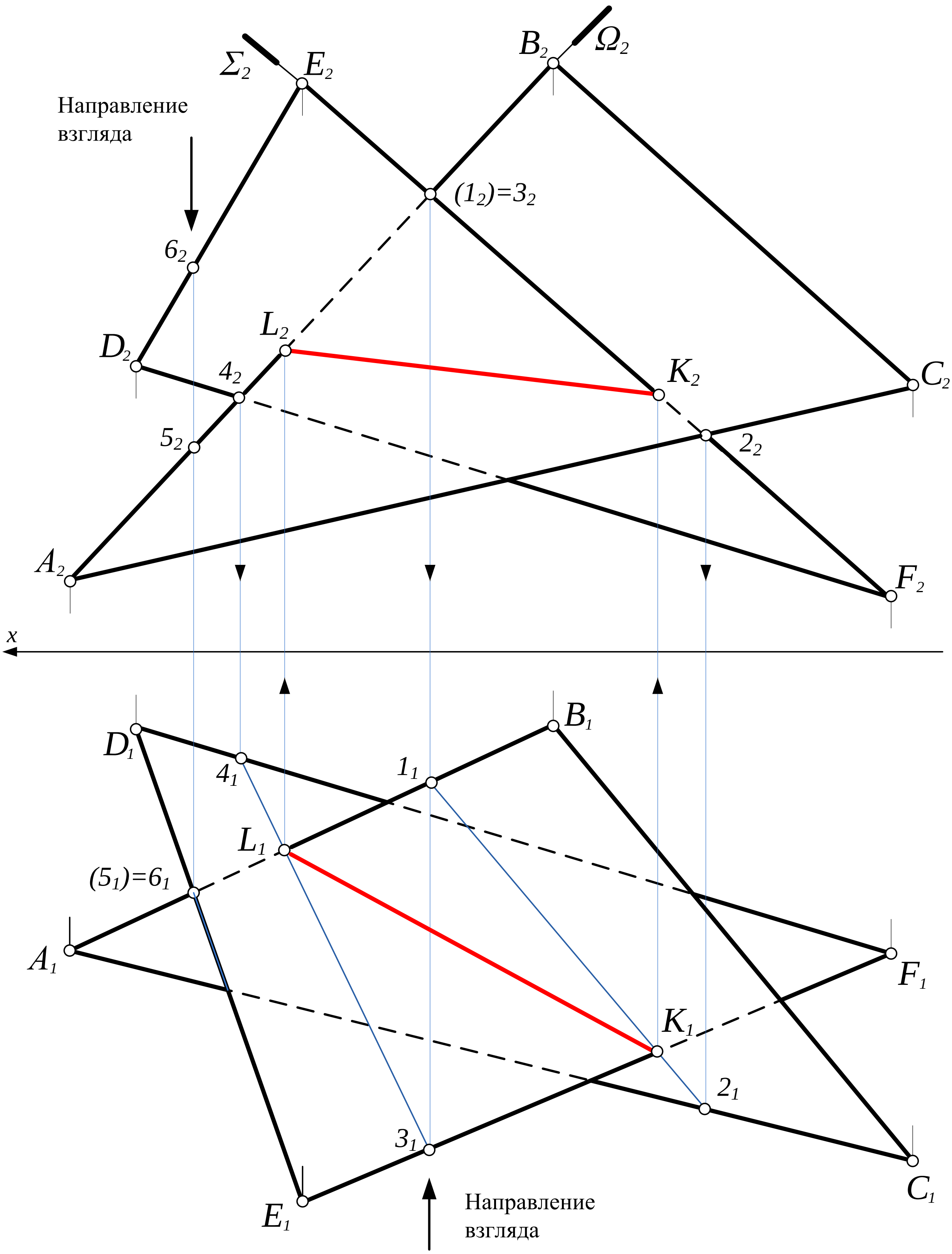

Σ2
E2
B2
Ω2
Направление взгляда
(12)=32
62
L2
D2
42
K2
C2
52
22
A2
F2
x
D1
41
B1
11
L1
(51)=61
A1
F1
K1
21
31
C1
E1
Направление взгляда

Рисунок 3.11

Контрольные вопросы

1. Как можно задать плоскость на чертеже?
2. Какое положение может занимать плоскость относительно плоскостей проекций?
3. Дать определение плоскости общего положения.
4. Дать определение плоскости уровня.
5. Перечислите все виды проецирующих плоскостей.
6. Каким свойством обладают плоскости частного положения?
7. Сформулируйте правило принадлежности точки плоскости.
8. Перечислите и дайте определение главным линиям плоскости.
9. Как могут быть расположены в пространстве две плоскости частного положения относительно друг друга?
10. Каков алгоритм построения точки пересечения прямой и плоскости?

4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

Преобразования чертежа проводят с целью упрощения решения задач.

Используют следующие способы преобразования чертежа:

– способ замены плоскостей проекций;

– способ плоскопараллельного перемещения;

– способ вращения вокруг оси.

4.1. Способ замены плоскостей проекций

Замена плоскости проекции позволяет:

– прямую общего положения преобразовать в линию уровня (рисунок 4.1, а);

– линию уровня преобразовать в проецирующую прямую (рисунок 4.1, б);

– плоскость общего положения преобразовать в проецирующую (рисунок 4.2, а);

– проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня (рисунок 4.2, б).

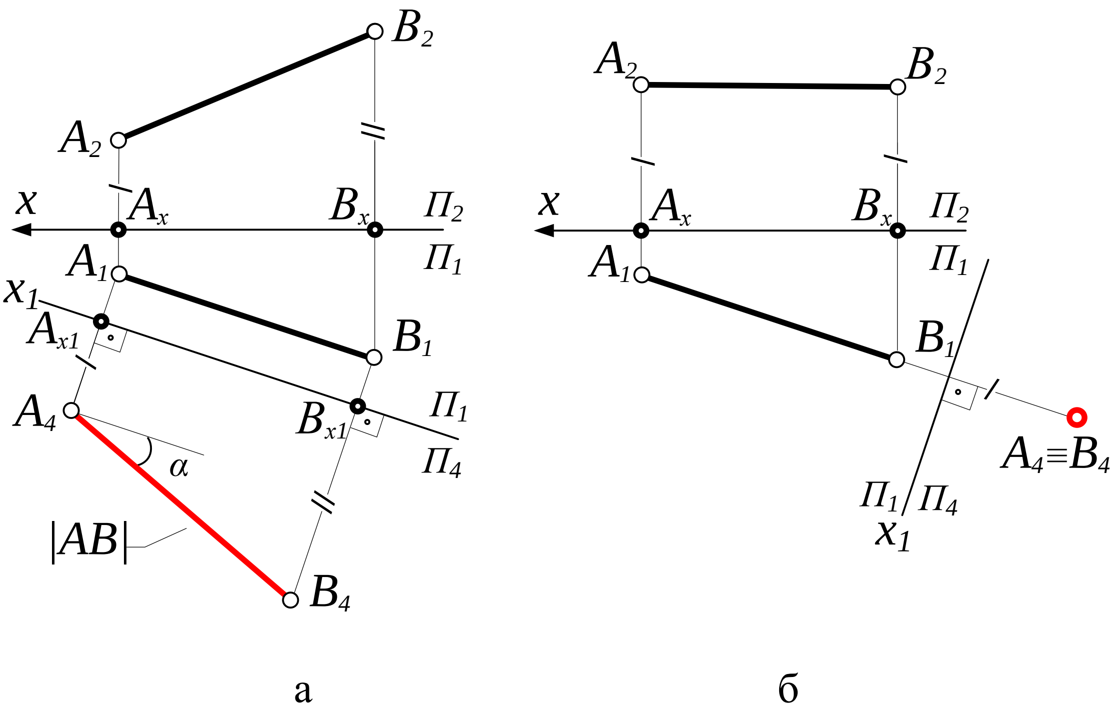


Рисунок 4.1

При необходимости, решая задачи, можно последовательно проводить замену двух плоскостей проекций.

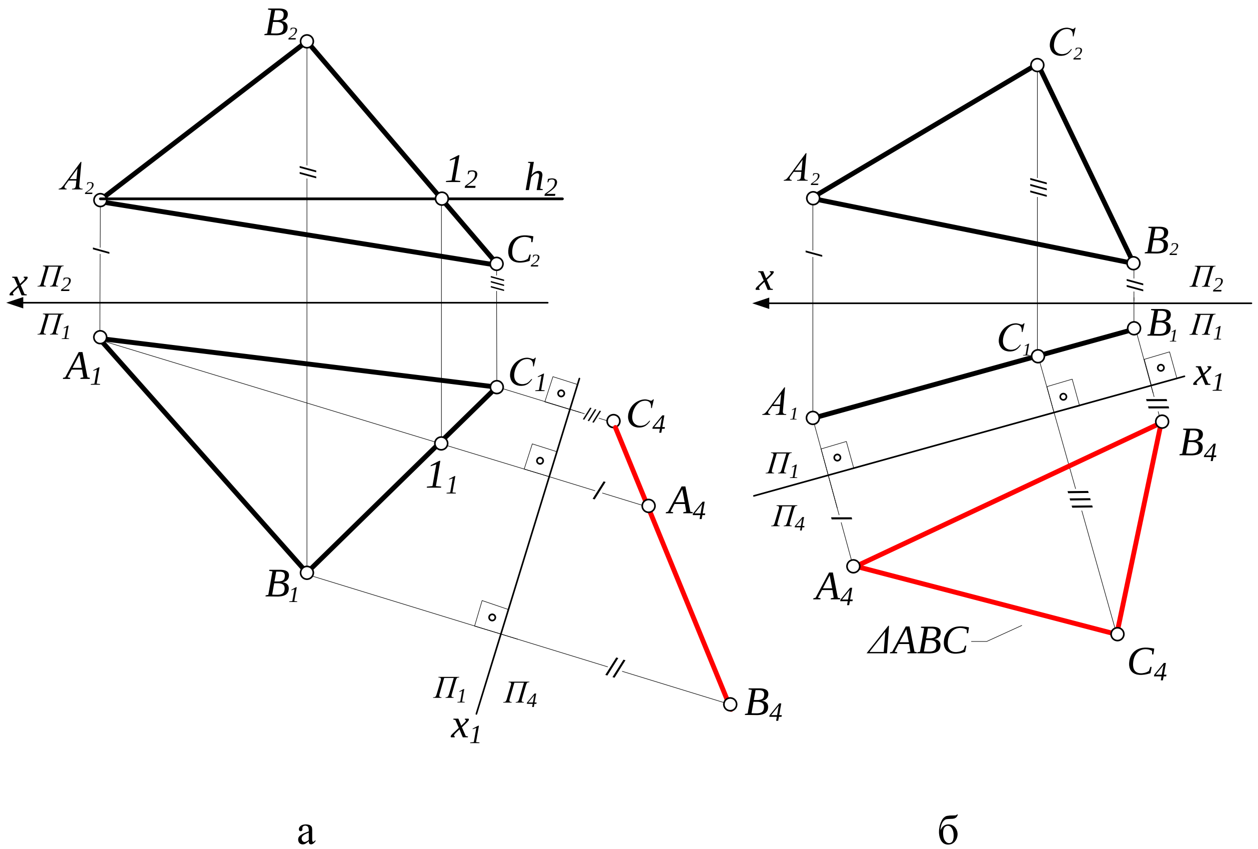


Рисунок 4.2

Алгоритм замены плоскости сводится к следующему (рисунок 4.1, а):

1) провести новую ось проекций x_1;

2) через неизменяемые проекции точек провести линии связи (A_1A_{x1}) и (B_1B_{x1});

3) замерить расстояния $|A_xA_2|$ и $|B_xB_2|$ от старой оси x до проекций точек A_2 и B_2. Отложить эти расстояния на линиях связи от новой оси x_1 на поле плоскости Π_4.

4.2. Способ плоскопараллельного перемещения

Способ плоскопараллельного перемещения позволяет изменить взаимное расположение проецируемой плоской фигуры и плоскостей проекций. При этом точки фигуры двигаются в новое положение во взаимно параллельных плоскостях. Плоскости проекции своего положения не меняют (рисунок 4.3).

Отрезок $[AB]$ нужно перевести в положение, параллельное Π_2 (фронталь). Для этого переведем отрезок $[A_1B_1]$ в положение, параллельное оси x, – отрезок $[A_1^1B_1^1]$. Фронтальные проекции точек отрезка A_2 и B_2 перемещаются по прямым параллельно оси x – отрезок $[A_2^1B_2^1]$.

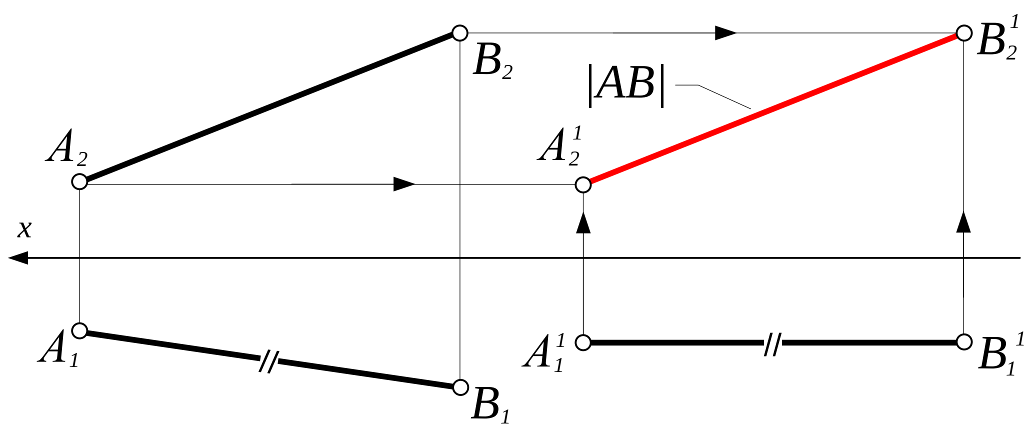


Рисунок 4.3

4.3. Способ вращения вокруг оси

Преобразовывая чертеж способом вращения вокруг оси, можно выделить два случая:

– вращение вокруг оси, параллельной плоскости проекций;

– вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций.

Вращение вокруг линии уровня позволяет повернуть заданную плоскую фигуру до положения, параллельного одной из плоскостей проекций. В результате получим ее проекцию на параллельную плоскость в натуральную величину.

Вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций, т. е. проецирующей оси, является частным случаем параллельного перемещения.

При вращении вокруг горизонтально проецирующей оси i (рисунок 4.4) точка A перемещается в плоскости Γ ($\Gamma \perp i$ и $\Gamma \| \Pi_1$) по дуге окружности, которая на плоскость Π_1 проецируется без искажения, а на плоскость Π_2 – в отрезок прямой, перпендикулярной проекции оси вращения. Точка перемещается в новое положение A_1^1 по окружности.

Данный способ позволяет осуществлять перемещение любой геометрической фигуры из заданного положения в частное путем ее поворота вокруг оси i, перпендикулярной одной из плоскостей проекций (Π_1 или Π_2).

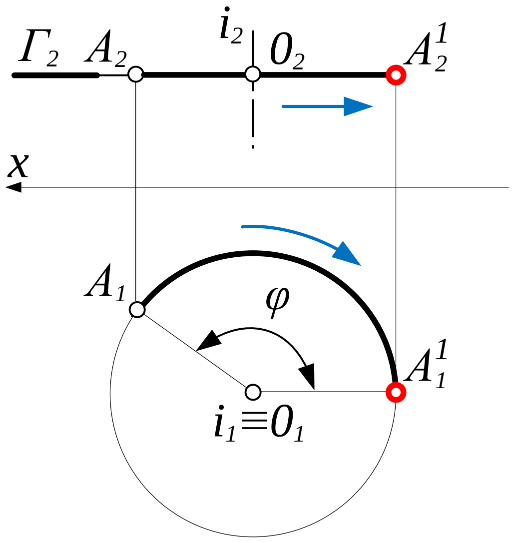


Рисунок 4.4

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные способы преобразования комплексного чертежа.

2. С какой целью применяют преобразование комплексного чертежа?

3. В чем состоит сущность способа замены плоскостей проекций?

4. Чем следует руководствоваться при выборе положения новой плоскости проекций?

5. Какие действия необходимо выполнить для определения натуральной величины прямой или плоскости общего положения?

6. С какой целью применяют плоскопараллельное перемещение?

7. Каким правилом следует руководствоваться при выполнении плоскопараллельного перемещения?

8. В чем состоит суть способа вращения?

9. Как расположена ось, относительно которой производят вращение?

10. Как изображается на плоскостях проекций траектория точки, при ее вращении вокруг оси?

5. МНОГОГРАННИКИ

Многогранником называется совокупность таких плоских многоугольников, у которых каждая сторона одного является одновременно стороной другого.

5.1. Сечение многогранника плоскостью

При пересечении многогранника плоскостью в общем случае получается плоский многоугольник. Плоскую фигуру, полученную от пересечения многогранника плоскостью, называют сечением.

При построении сечения многогранника плоскостью применяют два способа:

– способ ребер;

– способ граней.

При построении сечения способом ребер определяют вершины многоугольника, каждую из которых находят как точку пересечения прямой (ребра многогранника) с секущей плоскостью *T* (рисунок 5.1).

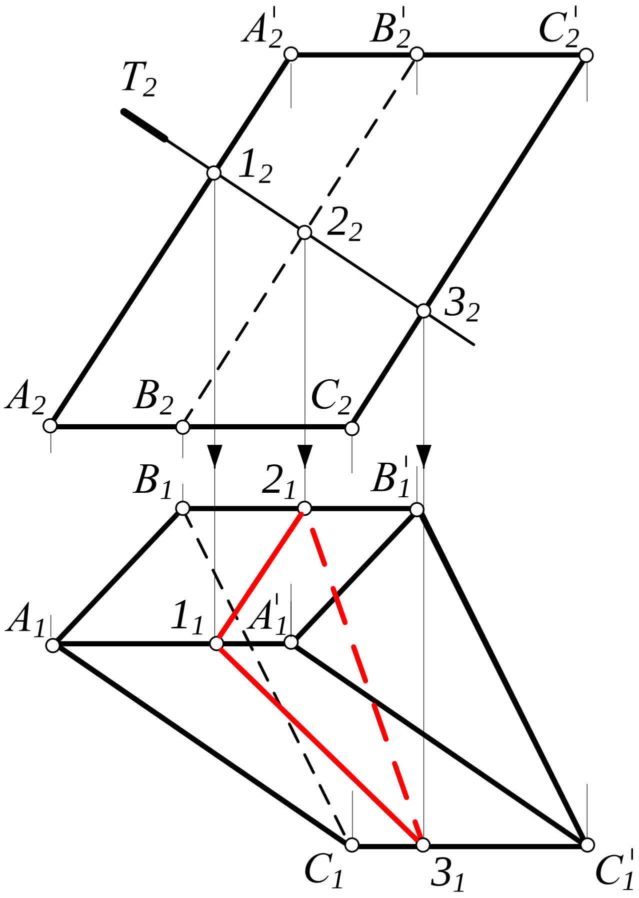


Рисунок 5.1

Фронтальными проекциями вершин сечения являются точки 1_2, 2_2 и 3_2. Их горизонтальные проекции 1_1, 2_1 и 3_1 строят по линиям связи.

При решении задачи способом граней определяют стороны сечения, т. е. строят линии пересечения граней многогранника с секущей плоскостью.

5.2. Пересечение многогранника с прямой

Точки пересечения многогранника с прямой линией строят по тому же алгоритму, что и точку пересечения прямой с плоскостью.

На рисунке 5.2 построены точки M (проекции M_1, M_2) и N (проекции N_1, N_2) пересечения прямой l с поверхностью пирамиды $SABCD$.

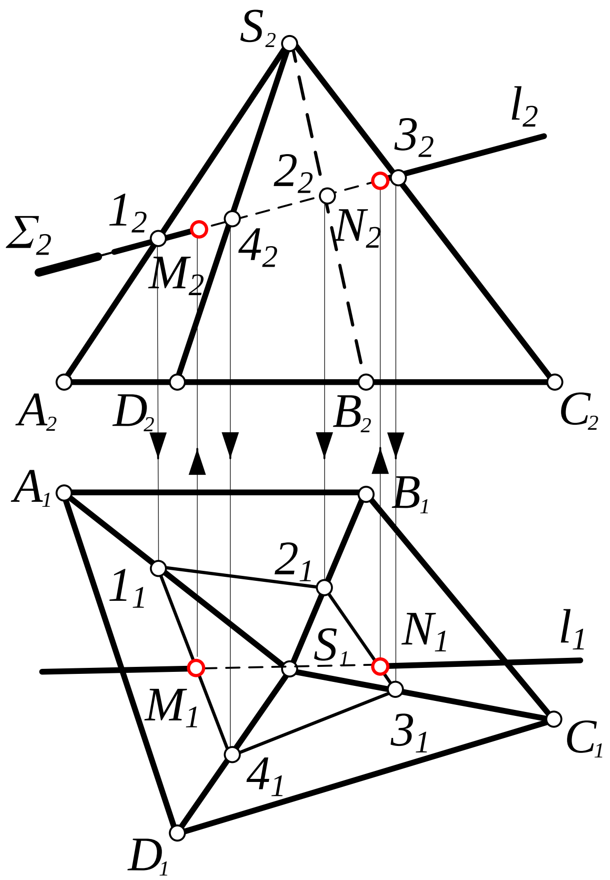


Рисунок 5.2

Алгоритм построений сводится к следующему:

1) заключить прямую *l* во вспомогательную проецирующую плоскость Σ;

2) построить сечение поверхности многогранника вспомогательной плоскостью Σ – точки *1234*;

3) определить точки пересечения заданной прямой с построенным сечением – *MN*.

5.3. Взаимное пересечение многогранников

Линия пересечения поверхностей двух многогранников, в общем случае, представляет собой пространственную ломаную линию. Эта линия может распадаться на две и более отдельные части.

Алгоритм построения линии пересечения многогранников:

1) построить точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго;

2) найти точки пересечения ребер второго многогранника с гранями первого;

3) соединить между собой каждые две точки, лежащие в одной грани одного многогранника и в одной грани другого многогранника, отрезком прямой линии.

На рисунке 5.3 приведен пример построения линии взаимного пересечения прямой четырехгранной призмы с пирамидой $SABC$.

Линия пересечения многогранников определяется по точкам пересечения ребер каждого из них с гранями другого многогранника. Например, ребро пирамиды SA (проекции S_1A_1 и S_2A_2) пересекает две вертикальные грани призмы: одну в точке 1 (проекции 1_1 и 1_2), вторую – в точке 2 (проекции 2_1 и 2_2). Ребро пирамиды SB (проекции S_1B_1 и S_2B_2) пересекает две вертикальные грани призмы в точках 3 (проекции 3_1 и 3_2) и 4 (проекции 4_1 и 4_2); ребро SC (проекции S_1C_1, S_2C_2) – в точках 5 (проекции 5_1 и 5_2) и 6 (проекции 6_1 и 6_2).

Из четырех вертикальных ребер призмы только одно пересекает пирамиду. Находим точки его пересечения с гранями пирамиды. Через это ребро и вершину S (проекции S_1 и S_2) пирамиды проведем вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость Σ (проекция Σ_1). Она пересекает пирамиду по прямым DS (проекции D_1S_1, D_2S_2) и ES (проекции E_1S_1, E_2S_2). Эти прямые пересекают ребро призмы в точках 7 (проекции 7_1 и 7_2) и 8 (проекции 8_1 и 8_2). Соединяя точки одних и тех же граней отрезками прямых, получаем две линии пересечения многогранников – многоугольник *138571* и треугольник *246*.

Видимыми будут только те из отрезков многоугольников пересечения, которые принадлежат видимым граням многогранников.

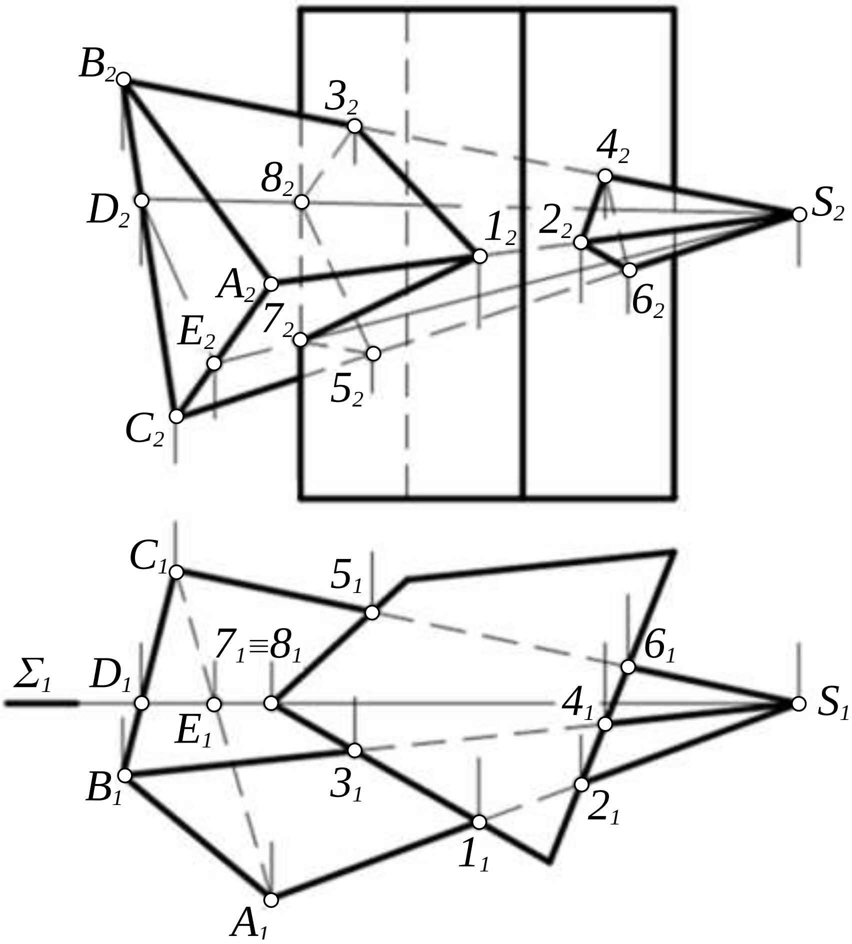


Рисунок 5.3

Контрольные вопросы

1. Что называется многогранником?
2. Какой многогранник называется выпуклым?
3. Дать определение правильному многограннику.
4. Приведите примеры правильных многогранников.
5. Какой многогранник называется пирамидой?
6. Какой многогранник называется призмой?
7. Какие способы применяются при построении сечения многогранника плоскостью?
8. Каков алгоритм построения точек пересечения прямой линией с поверхностью многогранника?
9. Каков алгоритм построения линии пересечения многогранников?

6. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Поверхностью вращения называется поверхность, полученная вращением образующей линии вокруг неподвижной оси. Различают поверхности вращения с прямолинейной и криволинейной образующей.

К поверхностям вращения с прямолинейной образующей относятся цилиндрическая и коническая поверхности.

К поверхностям с криволинейной образующей относятся тор, сфера, глобоид, эллипсоид вращения, параболоид вращения и гиперболоид вращения.

6.1. Точки и прямые линии, принадлежащие поверхности

Положение точки на поверхности вращения определяется при помощи горизонтальной плоскости уровня, проходящей через эту точку на поверхности вращения (рисунок 6.1, а, б). Также можно положение точки определить с помощью прямолинейных образующих, проходящих через точку и основание поверхности вращения (рисунок 6.1, в).

Примеры построения проекций точек, принадлежащих поверхностям прямого кругового цилиндра, конуса и сферы, показаны на рисунке 6.1.

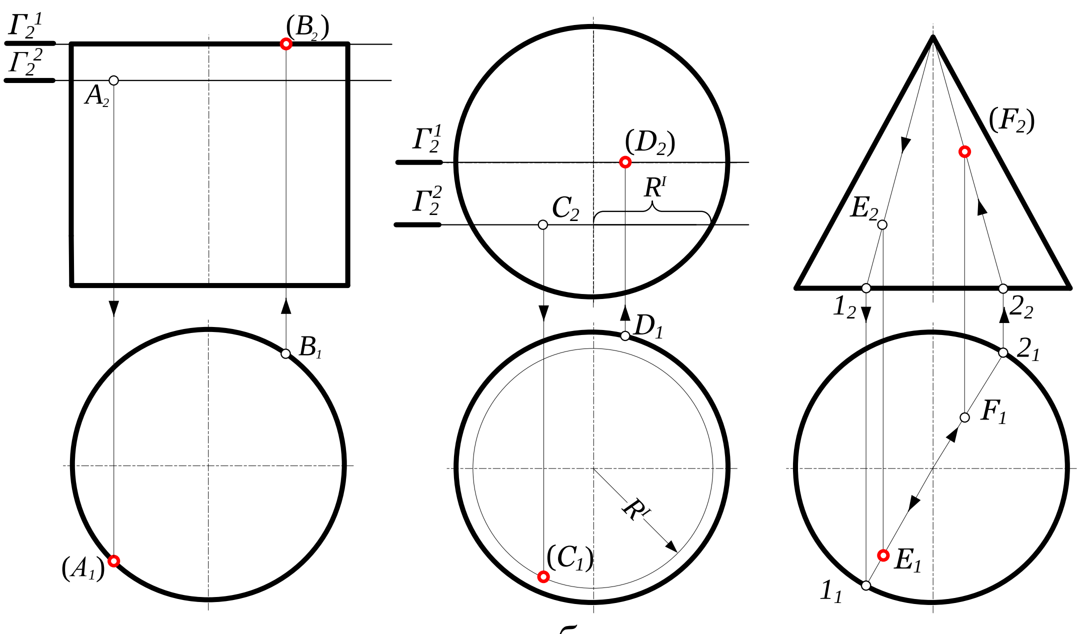


Рисунок 6.1

Для определения недостающих проекций точек *A, B, C* и *D* (рисунок 6.1, а, б) проведем через их фронтальные проекции плоскости *Г*. Линиями пересечения цилиндра и сферы с этими плоскостями будут окружности. Их проекции показываем на горизонтальной плоскости проекций. Точки пересечения окружностей и линий связи будут горизонтальные проекции A_1, B_1, C_1 и D_1.

Для определения недостающих проекций точек *E* и *F* (рисунок 6.1, в) проводят образующую – прямую, проходящую через вершину конуса и проекции точек *E* и *F*, до пересечения с проекцией основания конуса (точки *1* и *2*). Строим вторую проекцию образующих и по линиям связи определяем недостающие проекции E_1 и F_2.

Построение проекций линии, принадлежащей поверхности, сводится к построению проекций ряда точек, принадлежащих этой линии.

6.2. Пересечение поверхности плоскостью и линией

В пересечении поверхностей вращения плоскостью получаются различные плоские кривые линии, проекции которых строятся по проекциям ряда точек, определяемых соответствующими способами.

В пересечении кругового цилиндра плоскостью в зависимости от положения секущей плоскости могут получаться: окружность, эллипс, прямоугольник (рисунок 6.2, а).

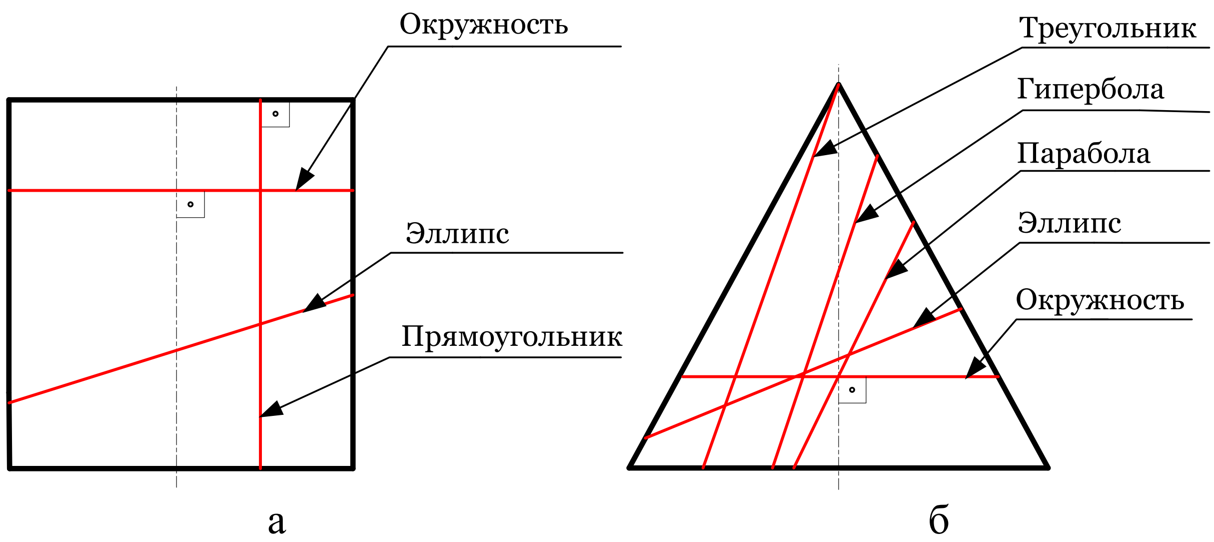


Рисунок 6.2

В пересечении кругового конуса плоскостью в зависимости от положения секущей плоскости могут получиться: окружность, эллипс, гипербола, парабола, треугольник (рисунок 6.2, б).

Алгоритм построения сечения сводится к следующему (рисунок 6.3):

1) определяют опорные точки *A* и *B*;

2) находят промежуточные точки с помощью вспомогательных секущих плоскостей *Г*. По линиям связи определяют недостающие проекции промежуточных точек *1*, *2* и *3*;

3) соединяют между собой построенные точки *A123B* с учетом видимости.

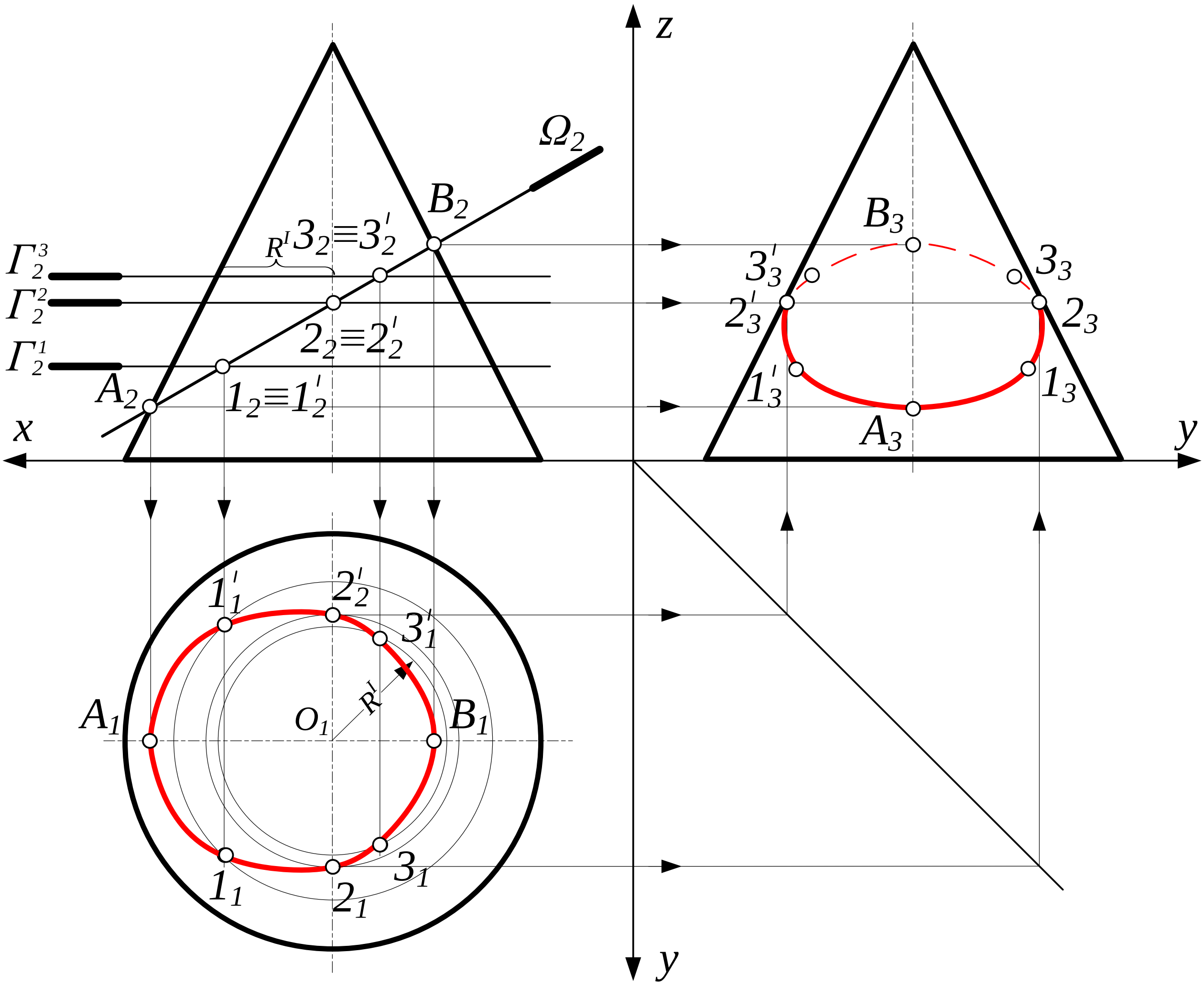


Рисунок 6.3

Построение точек пересечения прямой с какой-либо поверхностью выполняют в следующем порядке (рисунок 6.4):

1) заключают заданную прямую во вспомогательную проецирующую плоскость;

2) определяют линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной поверхностью;

3) находят точки пересечения заданной прямой с линией пересечения поверхности со вспомогательной плоскостью.

На рисунке 6.4, а построена точка пересечения горизонтально-проецирующей прямой *m* с поверхностью кругового конуса, а также точки встречи прямой *n* с поверхностью прямого кругового цилиндра. В первом случае точка встречи определена с помощью образующей *S1*.

В случае цилиндра (рисунок 6.4, б) его горизонтальная проекция поверхности представляет собой окружность. Проекции всех точек, расположенных на его поверхности, в том числе и точек встречи, будут расположены на этой же окружности. Фронтальные проекции A_2 и B_2 определяют проведением через точки A_1 и B_1 линий связи до пересечения с проекцией прямой n_2.

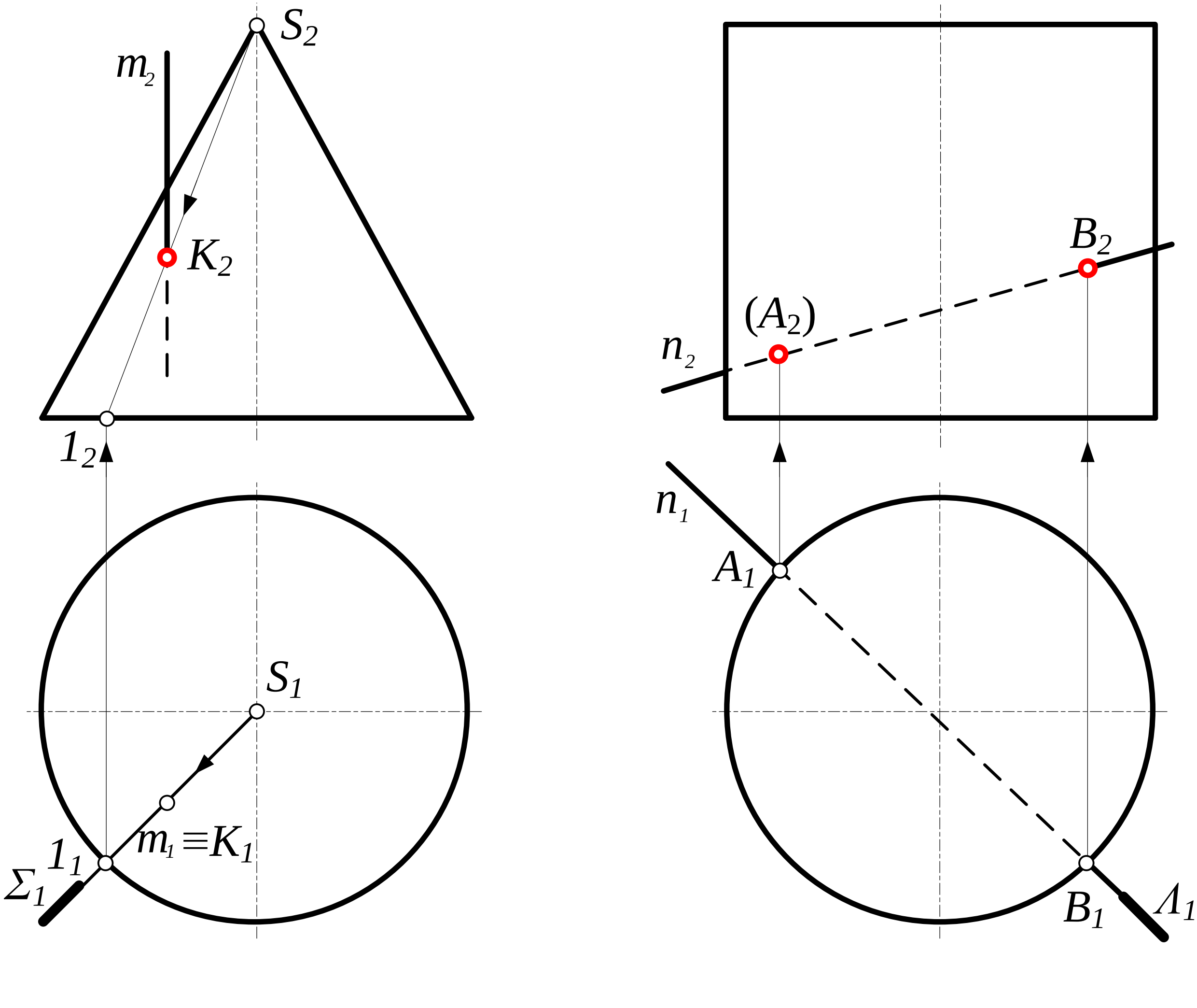


Рисунок 6.4

Контрольные вопросы

1. Перечислите виды поверхностей, которые вы знаете.
2. Какие элементы участвуют в образовании этих поверхностей?
3. Перечислите главные линии поверхности вращения.
4. Как найти недостающую проекцию точки, лежащей на поверхности вращения?
5. Какие точки являются главными (или опорными, или характерными)?
6. В чем заключается алгоритм построения сечения поверхности плоскостью?
7. Как найти точки пересечения прямой с поверхностью?
8. Какие линии получаются при пресечении поверхности конуса с плоскостями?
9. Какие линии получаются при пересечении поверхности цилиндра с плоскостями?

7. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Для построения линии пересечения поверхностей используют следующие способы:

– способ вспомогательных секущих плоскостей;
– способ сфер (концентрических и эксцентрических).

Частным случаем является построение линии пересечение поверхностей второго порядка.

7.1. Способ вспомогательных секущих плоскостей

Линию пересечения поверхностей можно построить, применяя вспомогательные секущие плоскости. Взяв достаточное количество вспомогательных поверхностей, можно найти точки, принадлежащие искомой линии.

Алгоритм построения линии пересечения поверхностей:

1) выбирают вид вспомогательных поверхностей;
2) строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;
3) находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собой.

В качестве вспомогательных поверхностей следует выбирать такие поверхности, линии пересечения которых с заданными поверхностями проецируются в графически простые линии – прямые, окружности. Это позволяет упростить задачу и получить более точное решение.

При построении точек линии пересечения поверхности вначале находят опорные точки *1* и *2* (рисунок 7.1). Промежуточные точки найдем при помощи горизонтальных плоскостей уровня *Г*, пересекающих заданные поверхности по окружностям с радиусами $R^{/}$ и $R^{//}$.

После этого на горизонтальной проекции проводят полученные окружности. При взаимном пересечении этих окружностей получают промежуточные точки 3_1 и 4_1 искомой линии. По линиям связи находят фронтальные проекции точек 3_2 и 4_2 на вспомогательных плоскостях.

Число вспомогательных секущих плоскостей выбирается в зависимости от требуемой точности.

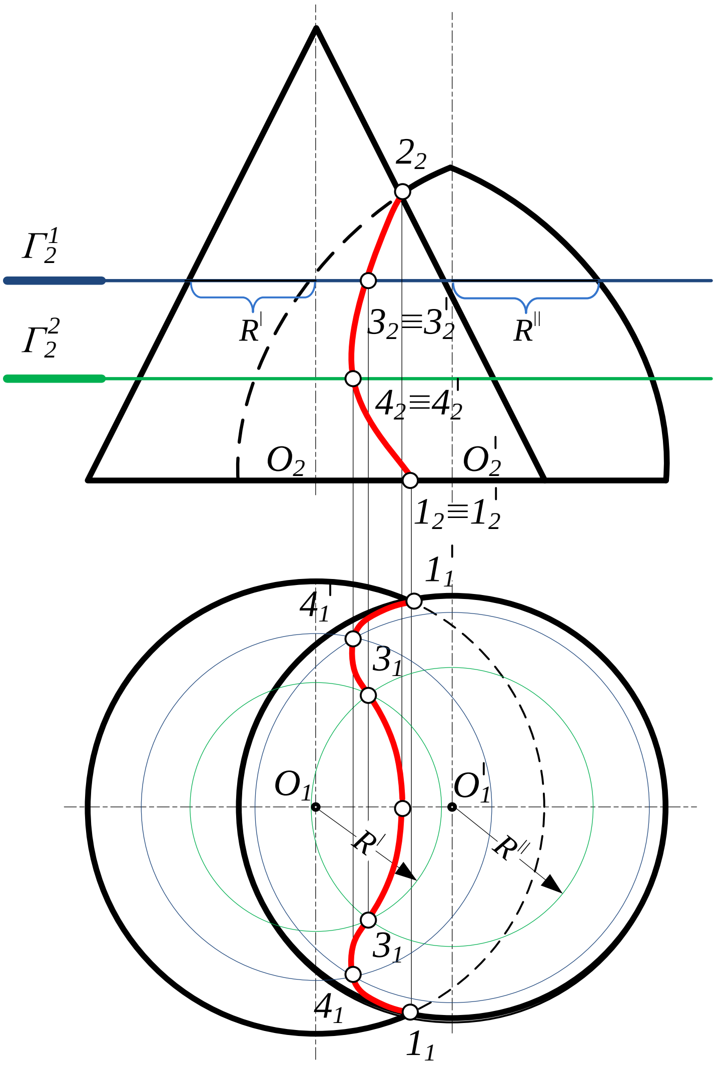


Рисунок 7.1

7.2. Способ сфер

С помощью вспомогательных сферических поверхностей удобно строить линии пересечения двух поверхностей вращения с общей плоскостью симметрии, параллельной одной из плоскостей проекций.

Различают два случая:

1) если оси поверхностей вращения пересекаются, то для построения линии пересечения этих поверхностей применяют семейство концентрических сфер (рисунок 7.2);

2) если оси поверхностей вращения не пересекаются, то используют эксцентрические сферы.

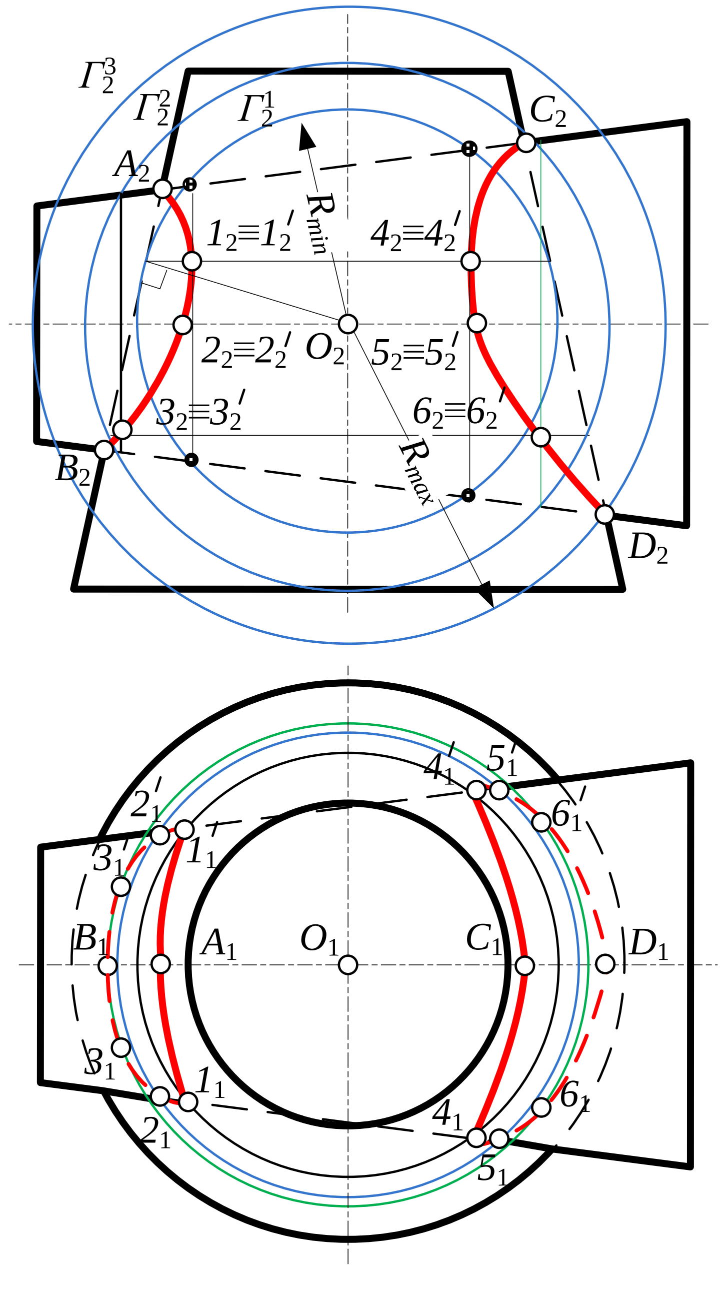


Рисунок 7.2

Алгоритм построения линии пересечения способом концентрических сфер сводится к следующему:

1) принимают точку пересечения осей заданных поверхностей за центр для вспомогательных сфер;

2) находят опорные точки;

3) определяют общие точки пересечения полученных окружностей с заданными поверхностями. Эти точки и принадлежат искомой линии пересечения поверхностей.

На рисунке 7.2 построена линия пересечения двух усеченных конусов вращения способом концентрических сфер.

Вспомогательные сферы проводятся из одного центра – точки пересечения осей конусов O_2. Диапазон радиусов сфер определяется минимальным и максимальным радиусами. Минимальный радиус $R_{\min}$ секущей сферы назначается из условия касания сферы одной и пересечения другой пересекающейся поверхности.

Максимальным радиусом $R_{\max}$ является отрезок прямой от центра сферы до наиболее удаленной точки пересечения поверхностей (D_2). Окружности, по которым сферы пересекают одновременно две поверхности, проецируются на фронтальную плоскость проекций в виде прямолинейных отрезков.

Меняя радиус R вспомогательной секущей сферы, можно получить промежуточные точки линии пересечения *123456* (проекции $1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2$). Недостающие горизонтальные проекции точек линии пересечения $1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1$ определяют на соответствующих параллелях вертикального конуса.

Точки *2* и *5* являются границей видимости для плоскости Π_1.

7.3. Пересечение поверхностей второго порядка

При взаимном пересечении поверхностей второго порядка получается в некоторых случаях распадение линии пересечения на две плоские кривые второго порядка. Это бывает в тех случаях, когда обе пересекающиеся поверхности вращения (цилиндр и конус, два конуса и т. п.) описаны вокруг общей для них сферы (рисунок 7.3, а, б).

Алгоритм построения линии пересечения сводится к следующему (рисунок 7.3, а):

1) определяют линию касания сферы и цилиндра a;

2) находят линию касания b конуса и сферы;

3) отмечают точки пересечения линий касания A и B. На чертеже $A_2 \equiv B_2$;

4) определяют проекции опорных точек C_2, D_2, E_2 и F_2;

5) через прямую AB проводят кривые l и m (эллипсы), на фронтальной проекции они проецируются в отрезки $[C_2D_2]$ и $[E_2F_2]$.

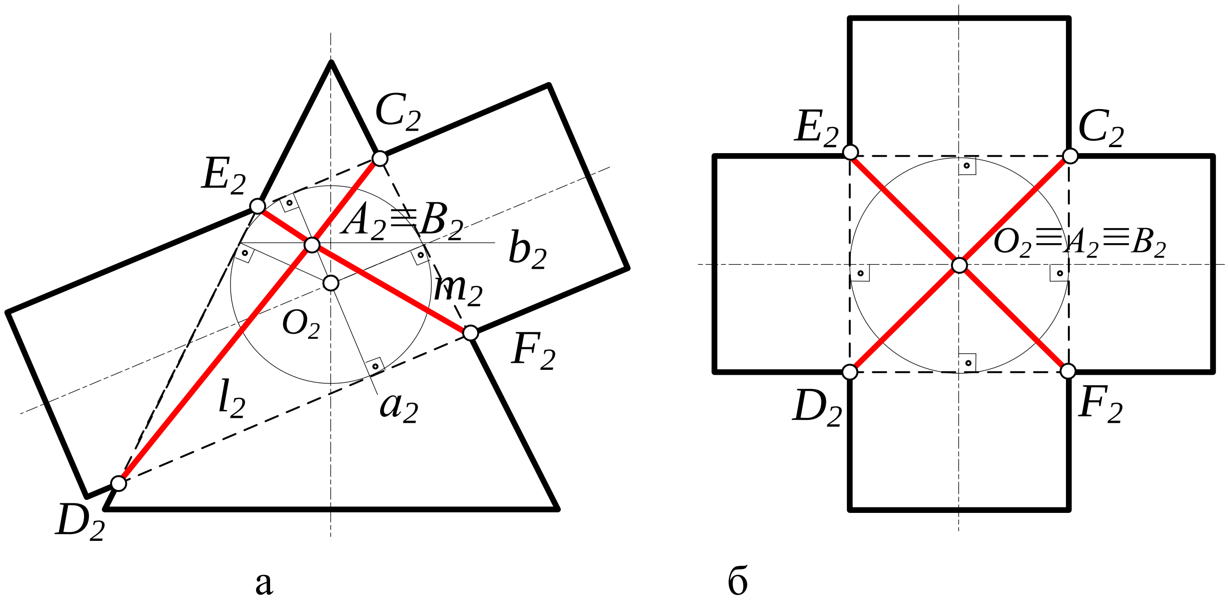


Рисунок 7.3

Контрольные вопросы

1. Какими способами можно построить линию пересечения поверхностей?
2. В чем заключается алгоритм построения линии пересечения поверхностей?
3. В каком случае задача нахождения линии пересечения упрощается?
4. В каком случае целесообразно применять способ вспомогательных секущих плоскостей?
5. Какие точки линии пересечения являются характерными (опорными или главными)?
6. В каких случаях применяется способ вспомогательных концентрических сфер?
7. На каком свойстве основан способ вспомогательных сфер?
8. В каких случаях применяется способ эксцентрических сфер?
9. В чем заключается алгоритм построения линии пересечения поверхностей второго порядка?

8. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ

Построение разверток имеет большое практическое значение, так как позволяет изготавливать разнообразные изделия из листового материала путем изгибания.

Разверткой многогранника называется плоская фигура, составленная из его граней, совмещенных с одной плоскостью.

На рисунке 8.1 показано построение развертки призмы.

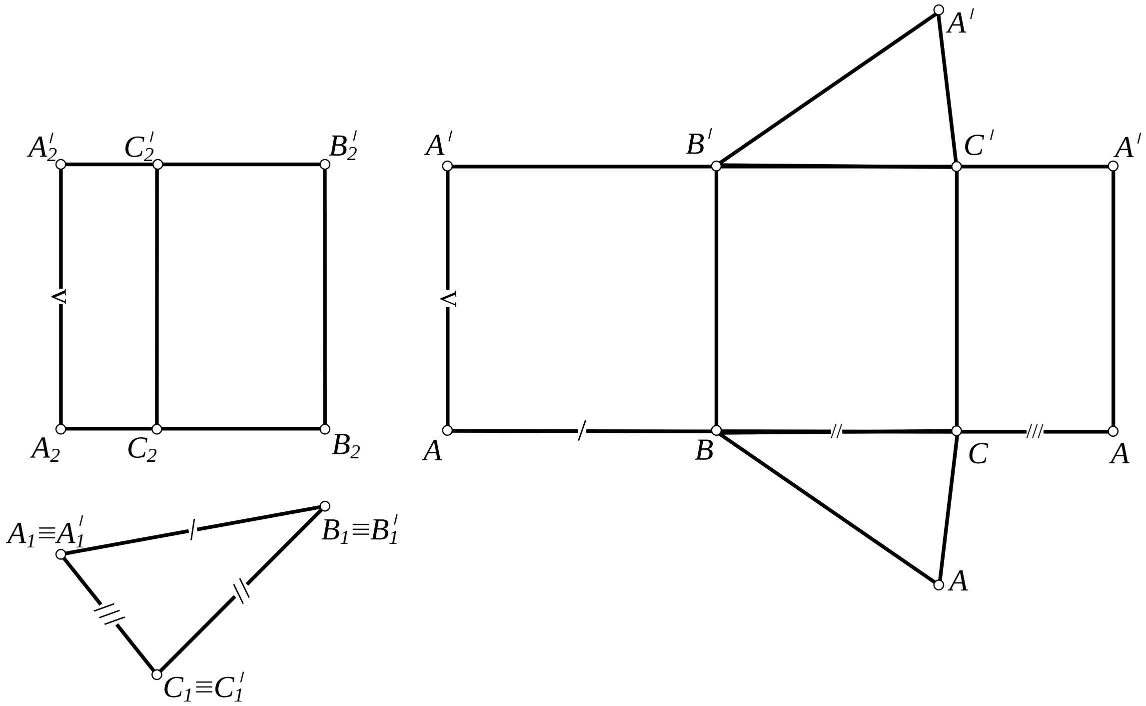


Рисунок 8.1

Для построения развертки наклонных поверхностей применяют следующие способы:

– способ раскатки;

– способ нормального сечения;

– способ треугольников.

Первый и второй способы применяют для развертки призматических и цилиндрических поверхностей, а третий – для развертки пирамидальных и конических поверхностей.

8.1. Способ раскатки

Данный способ применяют в том случае, когда основания призмы параллельны одной плоскости проекций, а ее боковые ребра параллельны другой плоскости проекций (рисунок 8.2).

Способ раскатки основан на последовательном совмещении всех граней призмы с плоскостью проекций. Для определения натуральной величины граней используется вращение грани вокруг одной из ее сторон как линии уровня.

Для построения развертки необходимо повернуть каждую грань призмы вокруг бокового ребра до положения, при котором она станет параллельной фронтальной плоскости проекций.

Чтобы построить развертку цилиндрической поверхности используют те же способы, что и для боковой поверхности призмы. Для этого необходимо в цилиндрическую поверхность вписать (или описывают около нее) призматическую поверхность и вместо развертки цилиндрической поверхности выполняют развертку призматической.

Для построения развертки конической поверхности применяют способ треугольников. При этом в коническую поверхность вписывают пирамидальную.

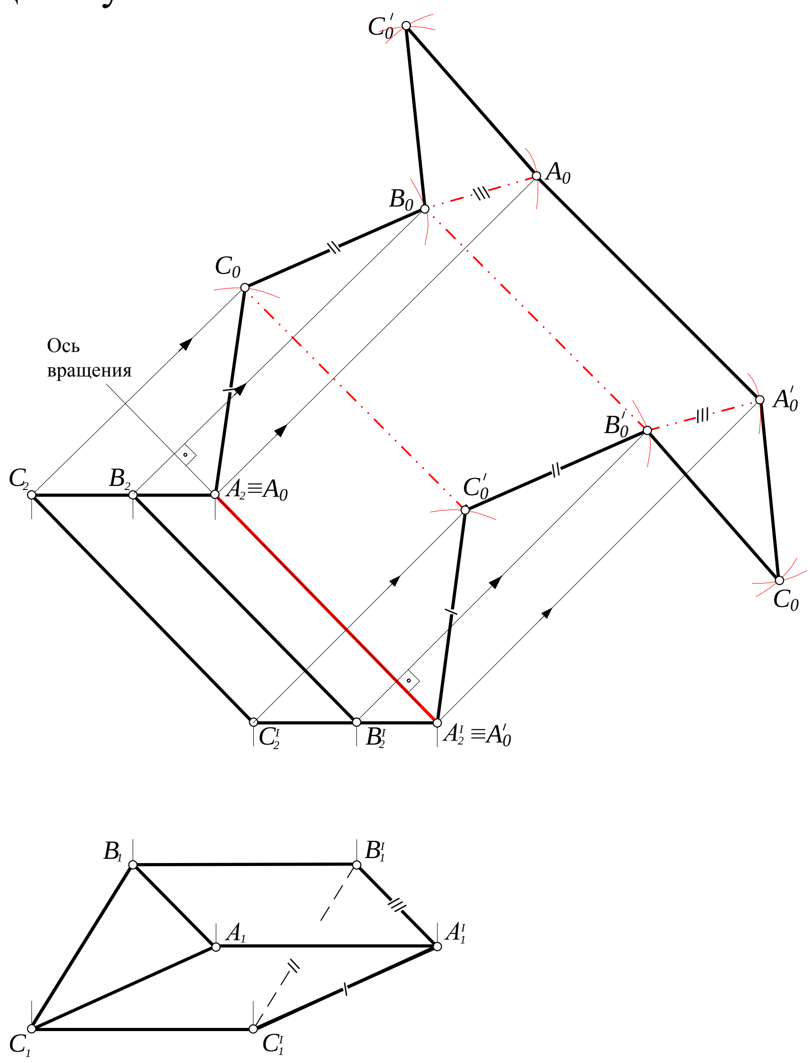


Рисунок 8.2

8.2. Способ нормального сечения

Данный способ применяют для построения развертки призматических поверхностей (рисунок 8.3).

Алгоритм построения сводится к следующему:

1) призму пересекают секущей плоскостью T, перпендикулярной ее ребрам;

2) строят проекции ($1_1 2_1 3_1$) и определяют натуральную величину сечения;

3) натуральную величину сечения на свободном поле чертежа разворачивают в прямую линию l_0 и последовательно откладывают на ней отрезки;

4) через точки 1_0, 2_0, 3_0 и 1_0 проводят прямые перпендикулярные прямой l_0 и откладывают от этих точек отрезки, конгруэнтные соответствующим длинам боковых ребер (фронтальная проекция призмы);

5) полученные точки соединяют прямыми и пристраивают к полученной фигуре основания.

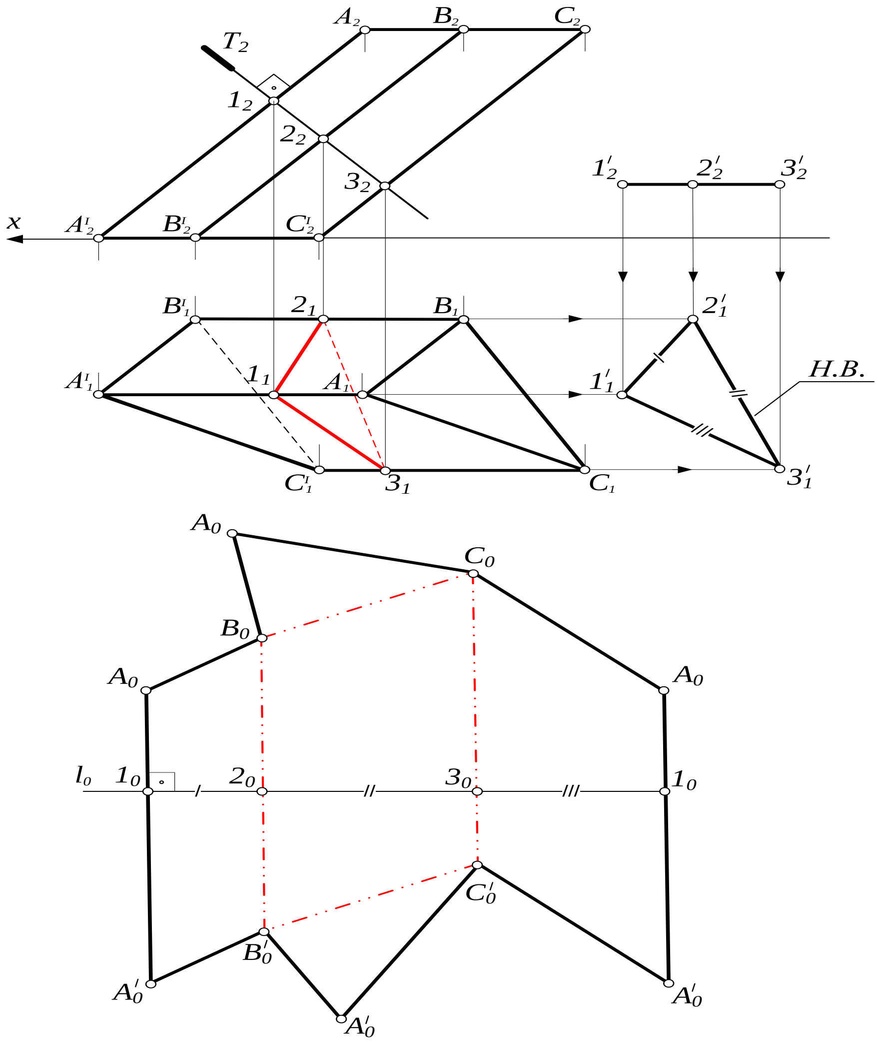


Рисунок 8.3

8.3. Способ треугольников

Этот способ предполагает построение граней пирамиды с помощью треугольников. Любой треугольник строят по трем сторонам, определяя натуральную величину каждой из них (рисунок 8.4).

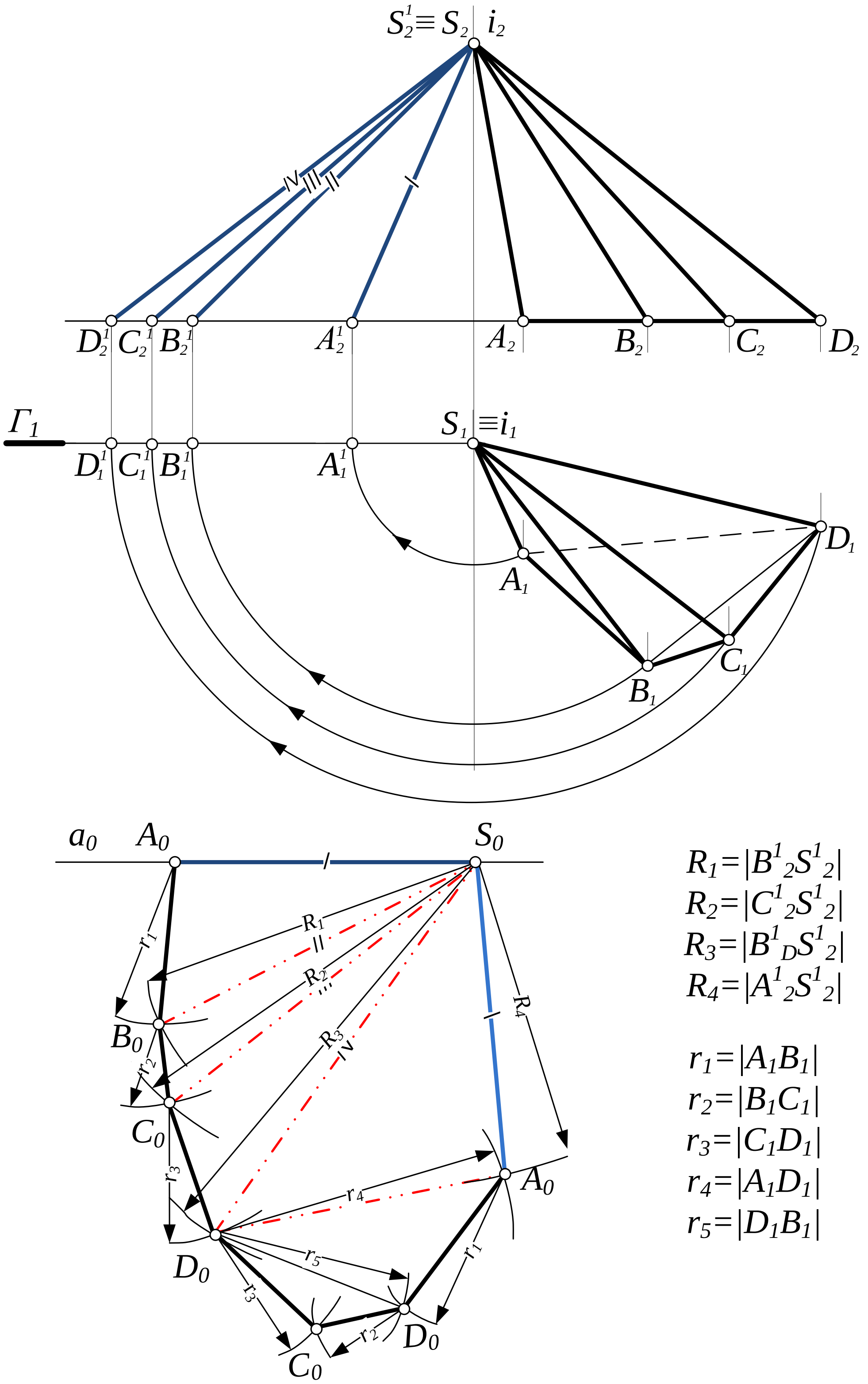


Рисунок 8.4

Развертка боковой поверхности пирамиды состоит из треугольников – граней пирамиды. Длины боковых ребер пирамиды определяют вращением вокруг оси i, перпендикулярной $П_1$ и проходящей через S. Каждое ребро вращают до положения α_1. Длины ребер, расположенных в основании, проецируются на $П_1$ в натуральную величину.

Зная длины всех ребер пирамиды, строят развертку по следующему плану (рисунок 8.4):

1) в удобном для построения развертки месте выбирают произвольно точку S_0;

2) через точку S_0 проводят произвольную прямую a_0;

3) откладывают на прямой a_0 отрезки $[S_0A_0]\cong[S_2^{\,1}A_2^{\,1}]$ и строят $\Delta A_0S_0B_0$. Вершину B_0 строят на пересечении проведенных дуг радиусами r_1 и R_1;

4) точки C_0, D_0 иA_0 определяют аналогично построению $\Delta A_0S_0B_0$;

5) к стороне основания D_0A_0 или любой другой стороне пристраивают само основание $A_0B_0C_0D_0$ пирамиды $SABCD$.

Контрольные вопросы

1. Что называется разверткой поверхности?
2. Какая поверхность называется развертывающейся?
3. Назовите основные свойства разверток.
4. Перечислите способы построения разверток. В каких случаях используются эти способы?
5. В чем заключается способ раскатки?
6. Для каких поверхностей строят приближенные развертки?
7. Какие свойства поверхности сохраняются на ее развертке?
8. В чем заключается способ построения условных разверток?

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: учеб. пособие / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский; под ред. В.О. Гордона. – 29-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2009. – 270 с.

2. Корниенко, В.В. Начертательная геометрия. Теоретические основы чертежа / В.В. Корниенко. – Красноярск: Изд-во КрасГАУ, 2011. – 129 с.

3. Корниенко, В.В. Начертательная геометрия: учеб. пособие / В.В. Корниенко. – Красноярск: Изд-во КрасГАУ, 2015. – 226 с.

4. Крылов, Н.Н. Начертательная геометрия: учебник / Н.Н. Крылов. – М.: Высш. шк., 2005. – 224 с.

5. Лагерь, А.И. Инженерная графика: учебник / А.И. Лагерь. – М.: Высшая шк., 2008. – 335 с.

6. Лагерь, А.И. Основы начертательной геометрии: учебник / А.И. Лагерь, А.Н. Мота, К.С. Рушелюк. – М.: Высшая шк., 2007. – 281 с.

7. Начертательная геометрия: учеб. пособие / В.В. Корниенко, В.В. Дергач, А.К. Толстихин [и др.]. – Красноярск: Изд-во КрасГАУ, 2013. – 266 с.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Плоскости проекции

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций;

Π_2 – фронтальная плоскость проекций;

Π_3 – профильная плоскость проекций;

Π_4, Π_5… Π_n – дополнительные плоскости проекций.

Оси проекции

x – ось абсцисс;

y – ось ординат;

z – ось аппликат.

Точки и их проекции

A, B, C, …, 1, 2, 3… – точки, расположенные в пространстве (прописные буквы латинского алфавита);

A_1, B_1, C_1, …, 1_1, 2_1, 3_1… – горизонтальные проекции точек;

A_2, B_2, C_2, …, 1_2, 2_2, 3_2… – фронтальные проекции точек;

A_3, B_3, C_3, …, 1_3, 2_3, 3_3… – профильные проекции точек;

A_n, B_n, C_n, …, 1_n, 2_n, 3_n… – проекции на других дополнительных плоскостях проекций;

A_0, B_0, C_0, …, 1_0, 2_0, 3_0… – точки на развертках.

Линии и их проекции

a, b, c, d, … – линии, произвольно расположенные в пространстве (строчные буквы латинского алфавита);

a_1, b_1, c_1, d_1, … – горизонтальные проекции линий;

a_2, b_2, c_2, d_2, … – фронтальные проекции линий;

a_3, b_3, c_3, d_3, … – профильные проекции линий.

Линии уровня и их проекции

h – горизонталь;

f – фронталь;

p – профильная прямая;

h_1, h_2, h_3 – проекции горизонтали на плоскости проекций;

f_1, f_2, f_3 – проекции фронтали на плоскости проекций;

p_1, p_2, p_3 – проекции профильной прямой на плоскости проекций.

Следы пересечения прямой с плоскостями проекций

H_a – горизонтальный след прямой a;

F_a – фронтальный след прямой a;

W_a – профильный след прямой a.

Обозначения линий

(AB) – прямая, проходящая через точки A и B;

$[AB)$ – луч с началом в точке A;

$[AB]$ – отрезок прямой, ограниченный точками A и B.

Расстояние между геометрическими объектами

$|AB|$ – расстояние между точками A и B (длина отрезка AB);

$|Ab|$ – расстояние между точкой A и прямой линией b;

$|ab|$ – расстояние между линиями a и b;

$|A\Gamma|$ – расстояние от точки A до плоскости Γ;

$|\Gamma\Sigma|$ – расстояние между плоскостями Γ и Σ.

Плоскости и их проекции

Δ, Σ, Ω … – плоскости (прописные буквы греческого алфавита);

$\Delta_1, \Sigma_1, \Omega_1$, ... – горизонтальная проекция плоскости;

$\Delta_2, \Sigma_2, \Omega_2$, ... – фронтальная проекция плоскости;

$\Delta_3, \Sigma_3, \Omega_3$, ... – профильная проекция плоскости;

Γ – горизонтальная плоскость уровня (проекции Γ_2 и Γ_3);

Φ – фронтальная плоскость уровня (проекции Φ_2 и Φ_3);

Ψ – профильная плоскость уровня (проекции Ψ_2 и Ψ_3).

Для обозначения плоскостей не рекомендуется использовать греческие буквы, совпадающие с написанием латинских (A, B и т. д.).

Обозначение отношений между геометрическими фигурами

$\equiv$ или $=$ – совпадение ($A \equiv B$ – точки A и B совпадают);

$||$ – параллельность ($a||b$ – прямые a и b параллельны);

$\perp$ – перпендикулярность ($a \perp b$ – прямые a и b параллельны);

$\dot{-}$ – скрещиваются ($c \dot{-} d$ – прямые c и d скрещиваются);

$\sim$ – подобны ($\Delta ABC \sim \Delta CDE$ – треугольники ΔABC и ΔCDE подобны);

$\cong$ – конгруэнтны ($\Phi_1 \cong \Phi_2$ – фигура Φ_1 конгруэнтна (равна) Φ_2).

Обозначения теоретико-множественные

$\in$ – принадлежность ($A \in a$ – точка A принадлежит прямой a);

$\supset$, $\subset$ – включение ($a \supset \Gamma$ – плоскость Γ содержит в себе прямую a; $b \subset C$ – прямая b проходит через точку C);

$\cap$ – пересечение ($a \cap b$ – прямые a и b пересекаются).

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания к практическим занятиям

Полюшкин Николай Геннадьевич

Редактор И.В. Пантелеева

Электронное издание

Подписано в свет 16.02.2017. Регистрационный номер 286
Редакционно-издательский центр Красноярского государственного аграрного университета
660017, Красноярск, ул. Ленина, 117
e-mail: rio@kgau.ru