

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет»

Е.В. Христинич, Р.М. Христинич

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 1. Электрические цепи постоянного тока

Методические указания для практических работ

Электронное издание

Красноярск 2019

Рецензент

*А.В. Заплетина, канд. техн. наук, доцент кафедры
системозенергетики*

Христинич, Е.В.

Основы электротехники. Ч. 1. Электрические цепи постоянного тока [Электронный ресурс]: метод. указания для практ. работ / Е.В. Христинич, Р.М. Христинич; Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск, 2019. – 51 с.

Представлены теоретические пояснения к рассматриваемым темам, задания к практическим работам, контрольные вопросы.

Предназначено для студентов специальности 35.02.08 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства».

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Красноярского государственного аграрного университета

© Христинич Е.В., Христинич Р.М., 2019
© ФГБОУ ВО «Красноярский государственный
аграрный университет», 2019

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение | 4 |
| Тема 1 Электрическая цепь | 5 |
| Контрольные вопросы | 8 |
| Тема 2 Электрический ток | 9 |
| Контрольные вопросы | 10 |
| Тема 3 Закон Ома. Метод эквивалентных преобразований | 12 |
| 3.1 Электрическое сопротивление и проводимость | 12 |
| 3.2 Закон Ома | 13 |
| 3.3 Метод эквивалентных преобразований | 14 |
| 3.3.1 Последовательное соединение резистивных элементов | 15 |
| 3.3.2 Параллельное соединение резистивных элементов | 15 |
| 3.3.3 Смешанное соединение резистивных элементов | 17 |
| 3.3.4 Соединение резистивных элементов по схемам «треугольник» и «звезда» | 18 |
| 3.4 Примеры расчета простых цепей | 20 |
| Контрольные вопросы и задания | 22 |
| Тема 4 Источники электрической энергии. Источники ЭДС и тока. Электрическая работа и мощность | 27 |
| Контрольные вопросы | 34 |
| Тема 5 Законы Кирхгофа | 37 |
| 5.1 Первый закон Кирхгофа | 37 |
| 5.2 Второй закон Кирхгофа | 37 |
| 5.3 Примеры решения задач | 38 |
| Контрольные вопросы | 40 |
| Тема 6 Расчет сложных электрических цепей | 42 |
| 6.1 Метод непосредственного применения законов Кирхгофа | 42 |
| 6.2 Примеры решения задач | 43 |
| 6.3 Метод контурных токов | 46 |
| 6.4 Примеры решения задач | 47 |
| Контрольные вопросы | 48 |
| Литература | 50 |

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника – область науки и техники, изучающая электрические и магнитные явления и их использование в практических целях.

Электротехника получила развитие в XIX веке, когда был изобретен источник постоянного тока, и появилась возможность строить электрические цепи. Дальнейшее развитие электротехника получила в процессе новых открытий в области физики электромагнитных излучений. Применение переменных токов потребовало решения целого ряда теоретических и практических задач, существенно отличающихся от задач по расчету цепей постоянного тока. Создание первых электрических машин (электрических двигателей и трансформаторов), а также линий электропередачи потребовало исследований по расчету электрических и магнитных полей и их совокупности – единого электромагнитного поля.

Энергия – количественная мера движения и взаимодействия всех форм материи.

Для любого вида энергии можно назвать материальный объект, который является ее носителем. Носителем электрической энергии является электромагнитное поле. Электрическая энергия нашла широкое применение благодаря своим свойствам:

- универсальность, т.е. легко преобразуется в другие неэлектрические виды энергии и обратно;
- передается на большие расстояния с небольшими потерями;
- легко дробится и распределяется по потребителям различной мощности;
- легко регулируется и контролируется с помощью различных приборов.

Применяется электрическая энергия во всех без исключения отраслях промышленности и сельского хозяйства, в науке, медицине, отраслях услуг и сервиса, в быту.

Тема 1 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ

Электрической цепью называют совокупность устройств, предназначенных для получения, передачи, преобразования и использования электрической энергии.

Электрическая цепь состоит из отдельных устройств – элементов электрической цепи. Элементом электрической цепи называют идеализированное устройство, отображающее какое-либо из свойств реальной электрической цепи. Простейшая электрическая цепь состоит из источника, приемника и проводников. *Источниками* электрической энергии являются электрические генераторы, в которых механическая энергия преобразуется в электрическую, а также первичные элементы и аккумуляторы, в которых происходит преобразование химической, тепловой, световой и других видов энергии в электрическую.

К *потребителям* электрической энергии относятся электродвигатели, различные нагревательные приборы, световые приборы и другие устройства, в которых электрическая энергия преобразуется в световую, тепловую, механическую и другие виды энергии.

Все потребители электрической энергии характеризуются некоторыми параметрами. Параметры определяют свойства элементов поглощать энергию из электрической цепи и преобразовывать ее в другие виды энергии (необратимые процессы), а также создавать собственные электрические или магнитные поля, в которых энергия способна накапливаться и при определенных условиях возвращаться в электрическую цепь. Элементы электрической цепи постоянного тока задаются только одним параметром – сопротивлением. Сопротивление определяет свойство элемента поглощать энергию из электрической цепи и преобразовывать ее в другие виды энергии.

Передающие элементы цепи связывают источники и приемники. Кроме электрических проводов в это звено могут входить аппараты для включения и отключения цепи, приборы для измерения электрических параметров (амперметры, вольтметры), устройства защиты (предохранители), преобразующие устройства (трансформаторы) и др.

Электрической схемой называют изображение электрической цепи с помощью условных знаков (рис. 1.1, а). Наиболее распространены три вида схем: монтажные, принципиальные и замещения. На монтажных схемах элементы цепи и их соединение показываются в виде рисунков или эскиза. Эта схема часто используется при соеди-

нении кабелей и проводов приборов или установок. Принципиальная схема определяет состав элементов, входящих в цепь, и связь между этими элементами. С помощью принципиальной схемы получают детальное представление о принципах работы электрического изделия, установки. Схема замещения – схема, в которой реальные объекты и устройства замещаются идеализированными моделями. Эти схемы используют для облегчения расчетов. В схеме замещения электрическое соединение между элементами такое же, как и в принципиальной схеме. Все элементы электрической цепи на схемах указывают с помощью условных обозначений (исключение составляют монтажные схемы). Условные обозначения для электрических схем установлены стандартами системы ЕСКД. Элементы электрической цепи делятся на линейные и нелинейные, в зависимости от их вольтамперной характеристики.

Зависимость тока, протекающего по сопротивлению от напряжения на этом сопротивлении, принято называть вольтамперной характеристикой (по оси абсцисс на графике обычно откладывают напряжение, а по оси ординат – ток). Сопротивления, вольтамперные характеристики которых являются прямыми линиями (рис. 1.1, б), называют линейными сопротивлениями, а электрические цепи только с линейными сопротивлениями – линейными электрическими цепями. Сопротивления, вольтамперные характеристики которых не являются прямыми линиями (т.е. они нелинейные), называют нелинейными сопротивлениями, а электрические цепи с нелинейными сопротивлениями – нелинейными электрическими цепями (рис. 1.1, в).

Простыми электрическими цепями называют цепи, содержащие один источник энергии.

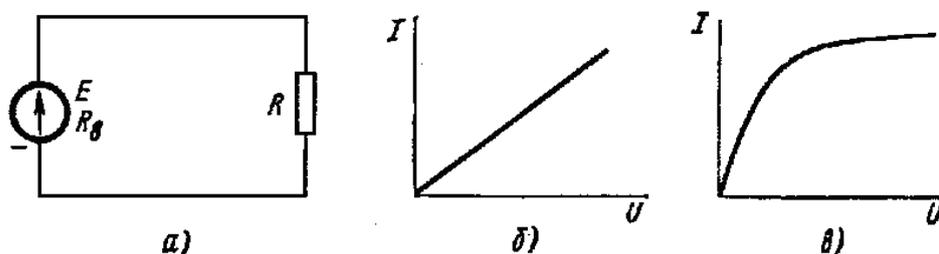


Рисунок 1.1 – Схемы: а – изображение электрической цепи; б – изображение линейного сопротивления; в – изображение нелинейного сопротивления

Цепь, содержащая два и более источника, называется *сложной*. *Активным* участком цепи называется участок, имеющий источник

электрической энергии, а при его отсутствии источник называется *пассивным*.

Ветвью называется участок электрической цепи, по которому проходит ток одного и того же значения и направления. *Узлом* называется место соединения трех и более ветвей. Узел электрической цепи на схеме отмечают жирной точкой (при соединении на схеме трех узлов по ГОСТ точку ставить необязательно). Если на схеме место скрещивания ветвей точкой не отмечено, это означает, что электрического соединения между ними в точке пересечения нет. *Контуром* называют замкнутую электрическую цепь, образуемую одной или несколькими ветвями. Контур, внутри которого не лежат другие ветви, связывающие между собой его узлы, называют простым.

Двухполюсник – часть электрической цепи, имеющая два зажима, которые называются полюсами. Любую ветвь электрической цепи можно рассматривать как двухполюсник. Двухполюсники бывают пассивными и активными.

Двухполюсник, не содержащий источника энергии, называется пассивным. Двухполюсники условно изображают в виде прямоугольника, при этом для обозначения пассивного двухполюсника в прямоугольнике либо ставят букву П либо не ставят никакой буквы (рис. 1.2).

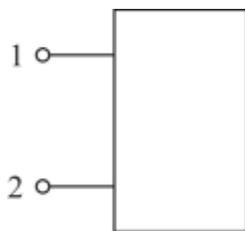


Рисунок 1.2 – Двухполюсник

Двухполюсники, в которых содержатся источники электрической энергии, называются активными. В этом случае при обозначении двухполюсника в прямоугольнике ставят букву А. При анализе электрической цепи, в которую входит пассивный двухполюсник, достаточно знать его характеристику. Так как пассивный двухполюсник является потребителем энергии, то в качестве характеристики можно взять его сопротивление, которое в этом случае называется внутренним или входным. Следовательно, на схеме замещения пассивный двухполюсник можно представить в виде одного элемента с сопротивлением, равным входному сопротивлению двухполюсника.

Для активного двухполюсника наряду с сопротивлением важной характеристикой является внешняя, или вольтамперная, характеристика, которая полностью определяет его свойства.

Любая электрическая цепь характеризуется током, электродвижущей силой и напряжением.

Контрольные вопросы

1. Назвать основные элементы цепи и объяснить их назначение.
2. Что называют электрической схемой электрической цепи? Объяснить физический смысл элементов схем замещения.
3. В чем заключается отличие электрической цепи и ее схемы замещения?
4. Какие виды энергии преобразуют источники электрической энергии? Назвать и объяснить основные характеристики источника.
5. В чем отличие активного и пассивного участков цепи?
6. Что называют ветвью, узлом, контуром в электрической цепи?
7. Понятие вольтамперной характеристики.
8. Понятие активного двухполюсника.
9. Пассивный двухполюсник. Дать определение.

Тема 2 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрический ток сопротивления – упорядоченное движение свободных электрически заряженных частиц, например, под воздействием электрического поля. Такими частицами могут быть: в проводниках электроны, в электролитах и газах – ионы, в полупроводниках – электроны и дырки (электронно-дырочная проводимость).

Условия возникновения электрического тока:

- 1) наличие источника электрической энергии;
- 2) замкнутость пути, по которому перемещаются заряды.

Обозначается величина постоянного тока буквой I . Измеряется ток в амперах, (А). Величина тока I определяется количеством электричества (зарядов) q , проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени t :

$$I = \frac{q}{t}.$$

Электрический заряд – физическая скалярная величина, определяющая способность тел быть источниками электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии. Единица измерения заряда в Международной системе единиц (СИ) – кулон (Кл) – электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с. Электрический заряд – численная характеристика носителей заряда и заряженных тел, которая может принимать положительные и отрицательные значения. Эта величина определяется таким образом, что силовое взаимодействие, переносимое полем между зарядами, прямо пропорционально величине зарядов, взаимодействующих между собой частиц или тел, а направления сил, действующих на них со стороны электромагнитного поля, зависят от знака зарядов. Электрический заряд любой системы тел состоит из целого числа элементарных зарядов, равных примерно $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Носителями электрического заряда являются электрически заряженные элементарные частицы – электрон (отрицательно заряженная частица) и протон (положительно заряженная частица).

Электрическое поле – особый вид материи, существующий вокруг тел, обладающих электрическим зарядом, а также при изменении магнитного поля (в электромагнитных волнах). Электрическое поле непосредственно невидимо, но может быть обнаружено благодаря его силовому воздействию на заряженные тела. Силовой характеристикой электрического поля является напряженность. Обознача-

ется напряженность E , измеряется в В/м. Напряженность каждой точки электрического поля характеризуется силой, с которой поле действует на единицу заряда, помещенного в эту точку и определяется по формуле

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где E – напряженность электрического поля, F – сила, действующая на заряд, q – электрический заряд.

Постоянный электрический ток – вид тока, величина и направление которого не изменяются с течением времени.

За направление постоянного тока в замкнутой электрической цепи принимается направление от положительного полюса источника к его отрицательному полюсу по внешнему участку цепи, т.е. от «+» к «-». Силу электрического тока измеряют с помощью амперметра. Амперметр включается в цепь последовательно. Причем в цепях постоянного тока клемма со знаком «+» подключается в направлении положительного полюса источника энергии, а клемма со знаком «-» в сторону отрицательного полюса источника энергии. Помимо силы тока в электротехнике существует понятие *плотности тока*. Обозначается плотность тока буквой J . Отношение величины тока в проводнике I к площади его поперечного сечения S характеризует плотность тока в этом проводнике. Единицей измерения плотности тока является А/м²:

$$J = \frac{I}{S}.$$

Плотность тока позволяет охарактеризовать проводник с точки зрения способности выдерживать ту или иную нагрузку.

Контрольные вопросы

1. Через проводник в течение 0,5 ч проходит заряд $Q = 2700$ Кл. Определить ток в электрической цепи.

2. Определить время прохождения заряда $Q=0,6$ Кл по проводнику при заданном значении тока: 1) $I=0,5$ А; 2) $I=0,03$ А; 3) $I= 2$ мА; 4) $I= 15$ А; 5) $I=50$ мА; 6) $I=2$ А.

3. Через поперечное сечение проводника $S=2,5$ мм² за время $t=0,04$ с прошел заряд $Q=20 \cdot 10^{-3}$ Кл. Определить плотность тока в проводнике.

4. По проводнику с поперечным сечением $S=0,24 \text{ мм}^2$ проходит ток, плотность которого $J=5 \text{ А/мм}^2$. Определить ток и заряд, прошедшие через проводник за время: 1) 0,005 с; 2) 1 с; 3) 100 мкс; 4) 20 мс; 5) 0,4 с; 6) 5 с.

5. Является ли движение электрона вокруг ядра электрическим током?

6. За 1 ч при постоянном токе был перенесен заряд в 180 Кл. Определить силу тока.

7. Можно ли, пользуясь графиком постоянного тока, определить, какое количество электричества прошло через проводник за данное время?

8. Какое явление называют электрическим током?

9. Каким прибором измеряют электрический ток, как его подключают в цепь?

10. Назвать условия возникновения электрического тока.

11. Постоянный электрический ток. Определение, направление. Расчетные формулы.

12. По какой формуле можно рассчитать плотность тока?

13. На нагревательном элементе в течение 0,5 ч работы выделилось 550 ккал теплоты. Определить сопротивление элемента, потребляемый им ток, его мощность и затрачиваемую энергию при напряжении $U=220 \text{ В}$.

14. Как изменится ток, если заряд, проходящий через поперечное сечение проводника: а) уменьшится вдвое; б) увеличится втрое?

15. Как изменится ток в цепи, если при постоянном заряде время его прохождения через поперечное сечение проводника: а) увеличить втрое; б) уменьшить в пять раз?

16. Как изменится плотность тока в проводнике, если площадь его поперечного сечения увеличить в k раз?

Тема 3 ЗАКОН ОМА. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

3.1 Электрическое сопротивление и проводимость

При наличии электрического тока в проводниках движущиеся свободные электроны, сталкиваясь с ионами кристаллической решетки, испытывают противодействие своему движению. Это сопротивление количественно оценивается сопротивлением цепи.

Электрическое сопротивление – физическая величина, характеризующая свойства вещества препятствовать прохождению электрического тока. За единицу сопротивления принято сопротивление такого участка цепи, в котором устанавливается ток в 1 А при напряжении в 1 В. Помимо сопротивления часто используется проводимость – величина, обратная сопротивлению. Сопротивлением в 1 Ом обладает проводник, в котором напряжение в 1 В вызывает ток в 1 А. Сопротивление R проводника зависит от его удельного сопротивления ρ (Ом·мм²/м) от длины l (м) и площади поперечного сечения S (м²):

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Резистор – пассивный элемент электрической цепи, в идеале характеризуемый только сопротивлением электрическому току, т.е. для идеального резистора в любой момент времени должен выполняться закон Ома для участка цепи. Резистор преобразует большинство электрической энергии в тепловую. На принципиальных схемах резистор рисуют в виде прямоугольника с двумя выводами и обозначается буквой R , поскольку основной параметр резистора – его сопротивление.

С повышением температуры проводника увеличивается амплитуда колебательного движения ионов в узлах кристаллической решетки. Это приводит к возрастанию числа столкновений свободных электронов с ионами, к уменьшению средней скорости направленного движения электронов, а значит, и удельной электрической проводимости, что соответствует увеличению сопротивления проводника. Подобное явление характерно для металлов. Существуют сплавы металлов (например, манганин), сопротивление которых почти не зависит от температуры. Для качественной оценки зависимости сопротивления металлов от температуры служит температурный коэффициент сопротивления α .

Температурный коэффициент сопротивления определяет относительное изменение сопротивления при изменении температуры на 1°C .

При незначительных изменениях температуры ($0-100^\circ\text{C}$) значение α для большинства металлов – постоянно: $\alpha \approx 0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$. Обозначив R_1 и R_2 сопротивления при температурах соответственно θ_1 и θ_2 , получим:

$$\frac{R_2 - R_1}{R_1(\theta_2 - \theta_1)} = \alpha$$

Преобразуем это выражение относительно R_2 :

$$R_2 = R_1 + R_1 \alpha (\theta_2 - \theta_1) = R_1 [1 + \alpha (\theta_2 - \theta_1)],$$

отсюда следует:

$$\theta_2 = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \alpha} + \theta_1$$

3.2. Закон Ома

Закон Ома для участка цепи

Соотношение между током I , напряжением U и сопротивлением R_H участка ab электрической цепи выражается законом Ома: сила тока на участке цепи прямо пропорциональна напряжению, приложенному к этому участку и обратно пропорционален его сопротивлению:

$$I = \frac{U_{ab}}{R_H},$$

где U_{ab} – напряжение или падение напряжения на резисторе R_H , Ом, $U_{ab} = R_H I$, В; I – ток в резисторе R_H , А (рис. 3.1).

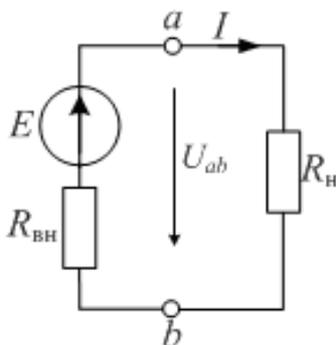


Рисунок 3.1 – Участок электрической цепи

При расчете электрических цепей иногда удобнее пользоваться не сопротивлением R , а величиной, обратной сопротивлению, т.е. электрической проводимостью $G = \frac{1}{R}$. Проводимость выражают в сименсах (См).

Закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{E}{(R + R_{\text{вн}})},$$

где E – электродвижущая сила источника электрической энергии, В; R – сопротивление внешней цепи, Ом; $R_{\text{вн}}$ – внутреннее сопротивление источника, Ом.

3.3 Метод эквивалентных преобразований

Этот метод применим либо к отдельным участкам сложной электрической цепи, либо к электрической цепи, в которой действует один источник. Схема замещения с n резистивными элементами может быть заменена эквивалентной схемой с одним резистивным элементом (рис. 3.2). Проведя по определенным правилам эквивалентные преобразования, можно свести электрическую цепь к виду:

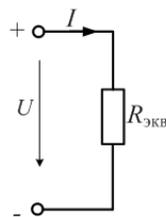


Рисунок 3.2 – Схема с одним резистивным элементом

Расчет цепи сводится к определению тока I всей цепи по закону Ома:

$$I = \frac{U}{R_{\text{ЭКВ}}},$$

где $R_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентное сопротивление цепи (зависит от способа соединения пассивных элементов).

В зависимости от назначения электрической цепи ее элементы (источники, приемники, вспомогательные элементы) могут соединяться различным образом. Существует четыре основных вида соединений элементов:

- последовательное;
- параллельное;

- «треугольник»;
- «звезда»;
- смешанное.

3.3.1 Последовательное соединение резистивных элементов

Эквивалентное сопротивление электрической цепи, состоящей из n -последовательно включенных элементов, равно сумме сопротивлений этих элементов. Через последовательно соединенные элементы (рис. 3.3, а) протекает только один ток:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$I = U / R_{\text{экв}}$$

Общий ток цепи определяем по закону Ома (рис. 3.3, б).

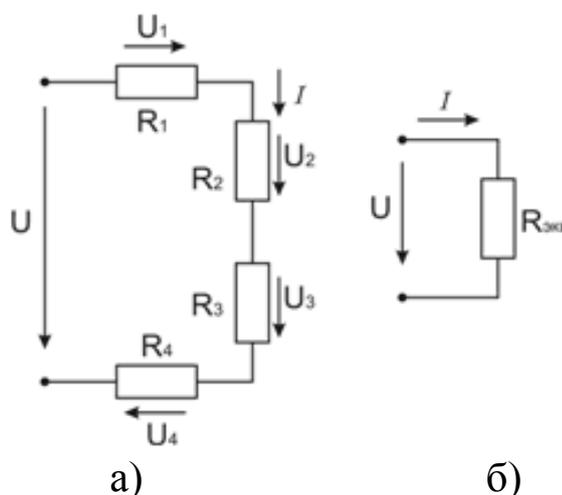


Рисунок 3.3 – Схема замещения цепи: а – с последовательным соединением пассивных элементов; б – эквивалентная схема

Недостаток последовательного включения элементов заключается в том, что при выходе из строя хотя бы одного элемента, прекращается работа всех остальных элементов цепи.

3.3.2 Параллельное соединение резистивных элементов

Параллельным называется соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т.е. находятся под воздействием одного и того же напряжения.

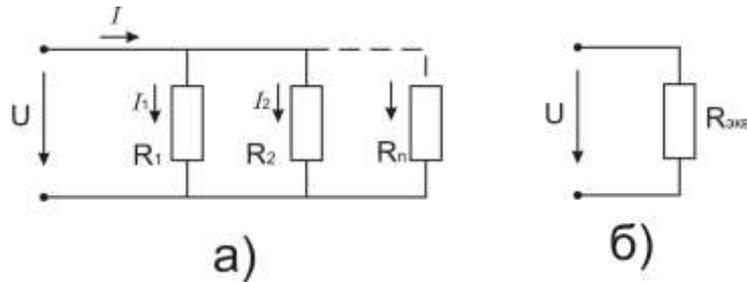


Рисунок 3.4 – Схема: а – замещение цепи с параллельным соединением пассивных элементов; б – эквивалентная схема

Ток в каждой ветви определяется напряжением и сопротивлением:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; I_2 = \frac{U}{R_2}; \dots; I_n = \frac{U}{R_n}.$$

Условия эквивалентности будут соблюдены, если ток эквивалентной схемы будет равен току I в неразветвленной части цепи, т.е. $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$.

В результате получаем:

$$\frac{U}{R_{\text{эKB}}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n},$$

из которой получают формулу для эквивалентного сопротивления:

$$\frac{1}{R_{\text{эKB}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

или для эквивалентной проводимости:

$$G_{\text{эKB}} = G_1 + G_2 + \dots + G_n = \sum_{i=1}^n G_i.$$

Эквивалентное сопротивление параллельно соединенных элементов обратно пропорционально ее эквивалентной проводимости:

$$R_{\text{эKB}} = \frac{1}{G_{\text{эKB}}},$$

поэтому оно всегда меньше наименьшего из сопротивления цепи.

Если параллельно соединены n ветвей с одинаковыми сопротивлениями R , то их эквивалентное сопротивление будет в n раз меньше сопротивления каждой ветви, т.е.:

$$R_{\text{эKB}} = R/n.$$

По параллельно включенной схеме работают в номинальном режиме потребители любой мощности, рассчитанные на одно и то же напряжение. Причем включение или отключение одного или нескольких потребителей не отражается на работе остальных. Поэтому

эта схема является основной схемой подключения потребителей к источнику электрической энергии.

3.3.3 Смешанное соединение резистивных элементов

Смешанным называется такое соединение, при котором в цепи имеются группы параллельно и последовательно включенных сопротивлений.

При наличии в цепи одного источника внешнюю по отношению к нему часть схемы можно в большинстве случаев рассматривать как смешанное (последовательно-параллельное) соединение резистивных элементов. Для расчета такой цепи удобно преобразовать ее схему замещения в эквивалентную схему с последовательным соединением резистивных элементов (рис. 3.5).

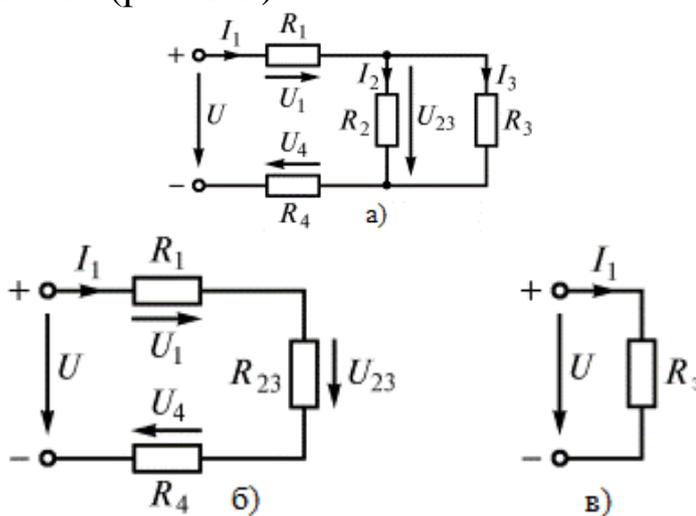


Рисунок 3.5 – Схема замещения цепи со смешанным соединением пассивных элементов

После замены параллельного соединения резистивных элементов эквивалентным резистивным элементом с сопротивлением

$$R_{23} = \frac{1}{G_{23}},$$

$$G_{23} = G_2 + G_3 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_2 R_3}$$

получается эквивалентная схема с последовательным соединением трех резистивных элементов, R_1 , R_4 и R_{23} :

$$R_3 = R_1 + R_{23} + R_4.$$

Ток в неразветвленной части

$$I_1 = \frac{U}{R_3}.$$

Токи в параллельных ветвях

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_1}, \quad I_3 = \frac{U_{23}}{R_3},$$

где

$$U_{23} = R_{23}I_1.$$

Правило распределения (разброса) тока в двух параллельных ветвях используется для определения токов пассивных ветвей (рис. 3.6).

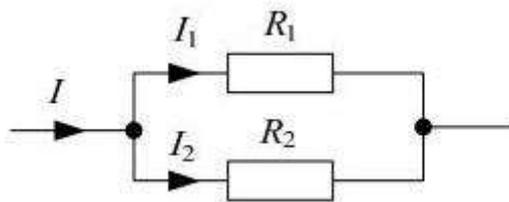


Рисунок 3.6 – Параллельное соединение резисторов

Если известен ток, втекающий в общий узел, то токи каждой из ветвей вычисляются согласно формулам

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

3.3.4 Соединение резистивных элементов по схемам «треугольник» и «звезда»

В некоторых сложных электрических цепях встречаются соединения элементов, которые нельзя отнести к вышеперечисленным. Типичным примером подобной сложной цепи является мостовая цепь. В этом случае часть цепи образует «треугольник», вершинами которого являются три узла (a, b, c), а сторонами – три ветви с сопротивлениями R_{ab}, R_{bc}, R_{ca} , включенных между этими узлами. Расчет такой цепи удобно проводить, используя эквивалентную замену трех ветвей, соединенных «треугольником», тремя ветвями, соединенными трехлучевой «звездой». При замене соединения «треугольником» ветвей с сопротивлениями R_{ab}, R_{bc}, R_{ca} ветвями с сопротивлениями R_a, R_b, R_c ,

соединенных «звездой», мостовая цепь преобразовывается в цепь с последовательным и параллельным соединением элементов.

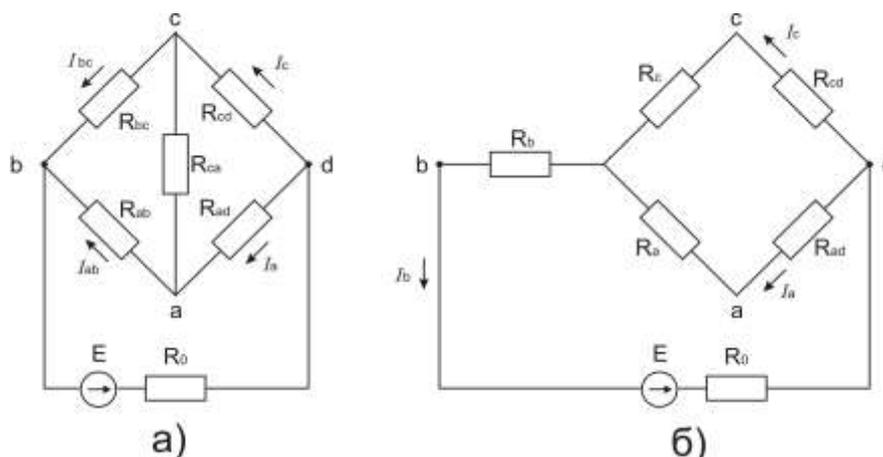


Рисунок 3.7 – Схема: а – замещение мостовой цепи; б – ее эквивалентная схема

Для определения сопротивления R_a , R_b , R_c ветвей, соединенных «звездой», необходимо найти соотношения, связывающие их с сопротивлениями ветвей, соединенных «треугольником». С этой целью воспользуемся общим условием эквивалентности, по которым напряжения и токи в ветвях, не подвергнутых преобразованию, должны оставаться без изменения в любых режимах при размыкании ветвей, присоединенных к узлам a , b , c .

При отсоединении ветви с сопротивлением R_{ad} от узла a токи I_b, I_c , а также напряжение U_{bc} равны соответствующим токам I_b и I_c и напряжению U_{bc} в схеме (б), т.е. сопротивления между точками b и c для обеих схем (а) и (б) одинаковы:

$$\frac{(R_{ab} + R_{ca})R_{bc}}{R_{ab} + R_{ca} + R_{bc}} = R_b + R_c.$$

При отсоединении ветви R_{cd} от узла c сопротивление между точками a и b для обеих схем по условию эквивалентности должны быть также одинаковыми:

$$\frac{(R_{bc} + R_{ca})R_{ab}}{R_{bc} + R_{ab} + R_{ca}} = R_a + R_b.$$

Аналогично между точками a и c :

$$\frac{(R_{ab} + R_{bc})R_{ca}}{R_{bc} + R_{ab} + R_{ca}} = R_a + R_c.$$

Решая систему из трех уравнений, получаем:

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

В ряде случаев схему соединения ветвей «звездой» целесообразно преобразовывать в схему соединения ветвей «треугольником». При эквивалентной замене ветвей, соединенных трехлучевой «звездой», ветвями, соединенными «треугольником», сопротивления ветвей «треугольником» можно определить, зная сопротивления ветвей «звезды»:

$$R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a = \frac{R_{ab} R_{bc} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}$$

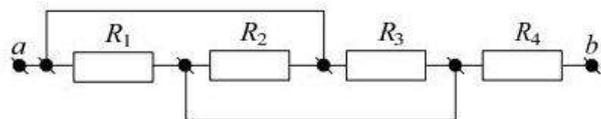
$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}$$

В случае замены трех одинаковых ветвей, соединенных «треугольником», тремя ветвями, соединенными «звездой», сопротивления новых ветвей будет в три раза меньше сопротивлений прежних ветвей, т.е.:

$$R_a = R_b = R_c = \frac{R_{ab}}{3} = \frac{R_{bc}}{3} = \frac{R_{ca}}{3}.$$

3.4 Примеры расчета простых цепей

Пример 1. В схеме рисунка определить эквивалентное сопротивление, если $R_1=2$ Ом, $R_2=4$ Ом, $R_3=2$ Ом, $R_4=1,2$ Ом.



Решение. Сопротивления R_1, R_2, R_3 соединены параллельно. После преобразования получим:

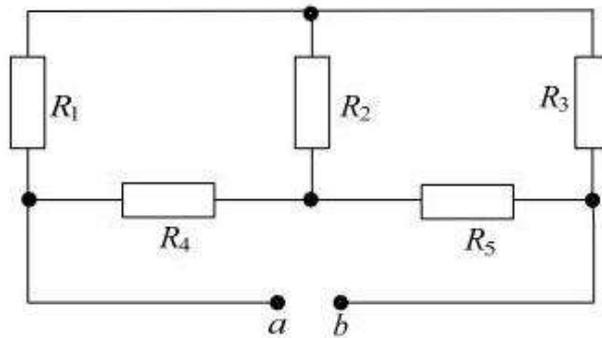
$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \text{ см},$$

$$R_{123} = \frac{4}{5} \text{ Ом.}$$

Затем соединим сопротивления R_{123} и R_4 последовательно:

$$R_{ab} = R_{123} + R_4 = 0,8 + 1,2 = 2 \text{ Ом.}$$

Пример 2. На рисунке определить эквивалентное сопротивление, если $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 4 \text{ Ом}$.

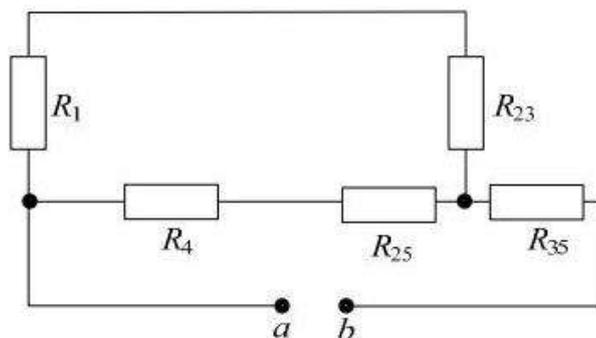


Решение. Сопротивления R_1, R_3, R_5 соединены в треугольник, преобразуем его в звезду:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 3 \text{ Ом}, \quad R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = \frac{12 \cdot 4}{12 + 4} = 3 \text{ Ом},$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \text{ Ом.}$$

После преобразования схема достаточно быстро упрощается



Сопротивления R_1 и R_{23} , R_4 и R_{25} соединим последовательно:

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 1 + 3 = 4 \text{ Ом}, \quad R_{423} = R_4 + R_{25} = 2 + 2 = 4 \text{ Ом.}$$

Сопротивления R_{123} и R_{423} складываем параллельно:

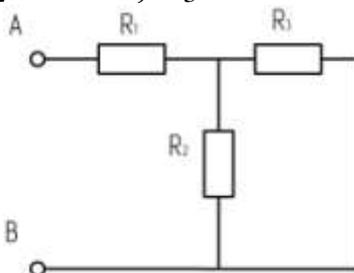
$$R_{1234} = \frac{R_{123} \cdot R_{423}}{R_{123} + R_{423}} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \text{ Ом.}$$

Сопротивления R_{1234} и R_{35} складываем последовательно и получаем окончательный результат: $R_{ab} = R_{1234} + R_{35} = 2 + 3 = 5 \text{ Ом.}$

Контрольные вопросы и задания

1. Назвать и объяснить основные свойства последовательного и параллельного соединений элементов электрической цепи.

2. Определить эквивалентное сопротивление на зажимах AB схемы, где $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 9 \text{ Ом}$.



3. Три резистора сопротивлением R каждый соединены последовательно. Параллельно одному из резисторов включили резистор сопротивлением $R/2$. Как изменится эквивалентное сопротивление всей цепи?

4. Если пять резисторов соединить последовательно, каким будет ток в пятом резисторе?

5. Если пять резисторов соединить параллельно, каким будет напряжение во втором резисторе?

6. Сформулировать закон Ома.

7. Начертить электрическую схему с одним источником напряжения и тремя резисторами, соединенными параллельно. Каково будет эквивалентное сопротивление приемника?

8. Определить сопротивление провода, имеющего длину $l = 150 \text{ м}$ и диаметр $d = 0,2 \text{ мм}$, выполненного: 1) из константана; 2) латуни; 3) стали; 4) фехраля; 5) платины; 6) алюминия.

9. Определить длину медного изолированного провода, если его диаметр $d = 0,3 \text{ мм}$, а сопротивление $R = 82 \text{ Ом}$.

10. Зависит ли сопротивление катушки, изготовленной из медного провода, от приложенного к ней напряжения?

11. Какое явление приводит к увеличению сопротивления металлического проводника?

12. Сопротивление манганинового провода при $\theta=20^\circ\text{C}$ $R_1=500$ Ом, а при $\theta=280^\circ\text{C}$ $R_2=500,8$ Ом. Определить температурный коэффициент манганина.

13. Определить материал проводника, если его сопротивление при $\theta=20^\circ\text{C}$ составляет 400 Ом, а при $\theta=75^\circ\text{C}$ равно 503,2 Ом.

14. Сопротивление провода $R=2,35$ Ом при длине $l=150$ м и диаметре $d=1,5$ мм. Определить материал провода.

15. Определить длину провода диаметром $d=0,5$ мм для нагревательного элемента при включении его в сеть с напряжением $U=220$ В при токе потребления $I=6,5$ А, выполненного: 1) из нихрома; 2) константана; 3) стали; 4) фехраля; 5) алюминия. Определить плотность тока.

16. Определить длину медного провода, намотанного на катушку, если при подаче на выводы этой катушки напряжения $U=27$ В значение тока I составило 5 А. Диаметр провода $d=0,8$ мм. Определить плотность тока.

17. Определить необходимую длину нихромового провода диаметром $d=0,1$ мм для изготовления паяльника мощностью $P=80$ Вт на напряжение $U=220$ В.

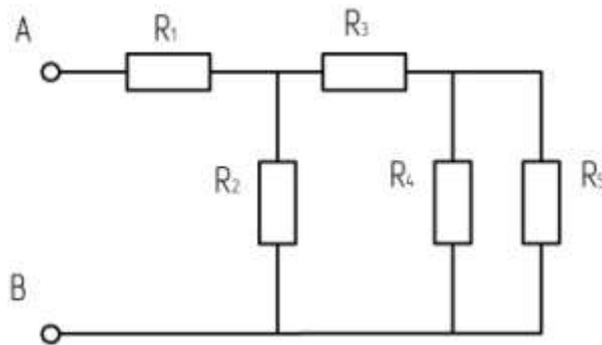
18. Медный провод диаметром $d=1,2$ мм имеет длину $l=120$ м. Определить его сопротивление при $\theta=20^\circ\text{C}$ и $\theta=80^\circ\text{C}$.

19. Сопротивление R обмотки трансформатора до его включения в сеть при $\theta=20^\circ\text{C}$ было равно 2,0 Ом. Определить температуру нагрева его обмотки в процессе работы, если ее сопротивление увеличилось до 2,28 Ом. Обмотка выполнена из медного провода.

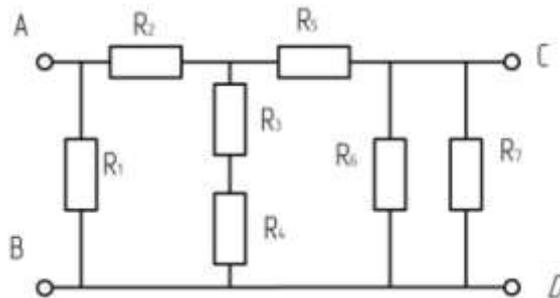
20. При испытании двигателя постоянного тока измерили сопротивление обмотки якоря до начала работы двигателя при $\theta=18^\circ\text{C}$. Обмотка выполнена из меди, и ее сопротивление $R=0,52$ Ом. По окончании работы сопротивление якоря увеличилось до 0,58 Ом. Определить температуру нагрева якорной обмотки.

21. При нагревании сопротивление провода: 1) из алюминия; 2) латуни; 3) нихрома; 4) стали; 5) фехраля; 6) вольфрама изменилось на 5%. Определить, до какой температуры был нагрет каждый проводник, если $\theta=20^\circ\text{C}$.

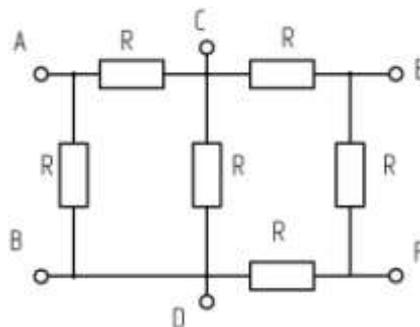
22. Определить эквивалентное сопротивление электрической цепи, представленной рисунке, если $R_1 = 2,5 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 1,56 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$.



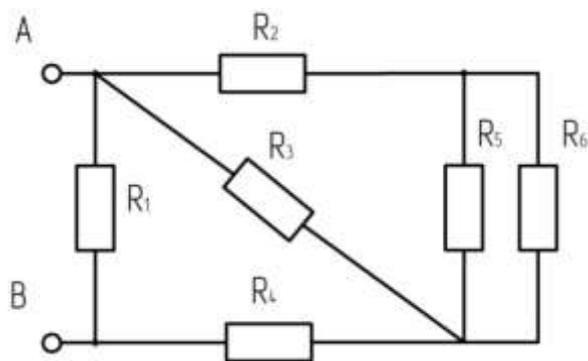
23. В схеме электрической цепи, представленной на рисунке: $R_1 = R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = R_6 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = 17,5 \text{ Ом}$, $R_7 = 12 \text{ Ом}$ определить эквивалентное сопротивление цепи между зажимами AB , CD .



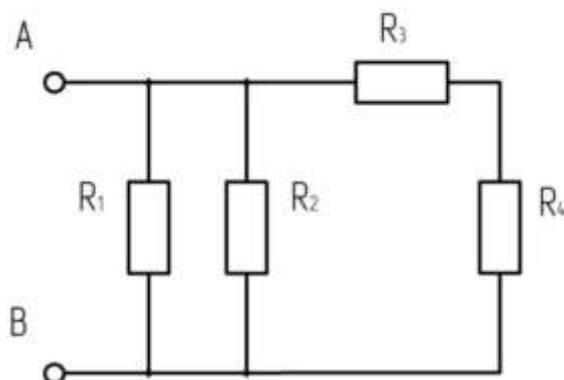
24. В схеме значения сопротивлений резисторов одинаковы и равны R . Определить в общем виде значения сопротивлений между зажимами AB , AC , AD , CD , EF .



25. Определить эквивалентное сопротивление электрической цепи, представленной на рисунке, где $R_1 = R_5 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 2,8 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = 6,2 \text{ Ом}$, $R_6 = 2 \text{ Ом}$.

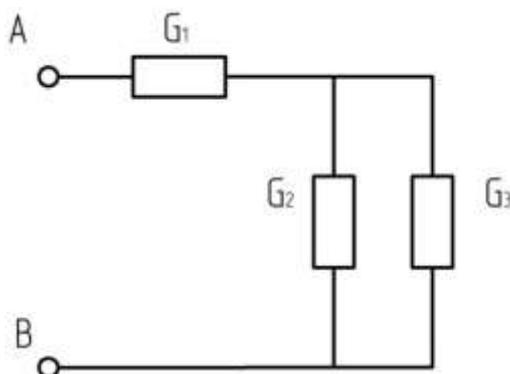


26. Для электрической цепи, изображенной на рисунке, определить общую проводимость цепи, если $R_1=25$ Ом, $R_2=50$ Ом, $R_3=40$ Ом, $R_4=60$ Ом.

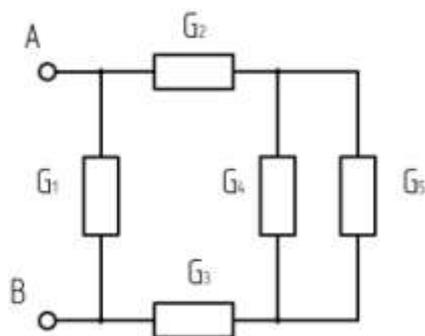


27. При заданных проводимостях четырех параллельных ветвей $G_1=0,11$ Ом⁻¹; $G_2=0,03$ Ом⁻¹; $G_3=0,07$ Ом⁻¹; $G_4=0,04$ Ом⁻¹ определить эквивалентную проводимость и эквивалентное сопротивление цепи.

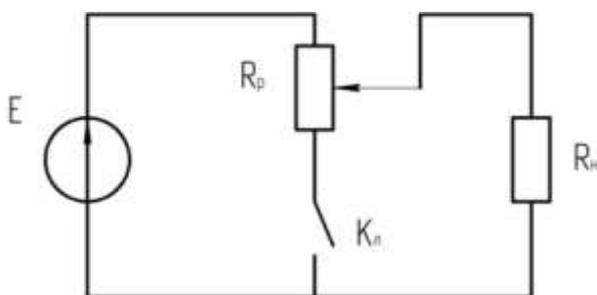
28. В схеме электрической цепи задано значение эквивалентной проводимости цепи $G=0,025$ Ом⁻¹. Определить проводимость G_1 , если $G_2=0,01$ Ом⁻¹, $G_3=0,04$ Ом⁻¹.



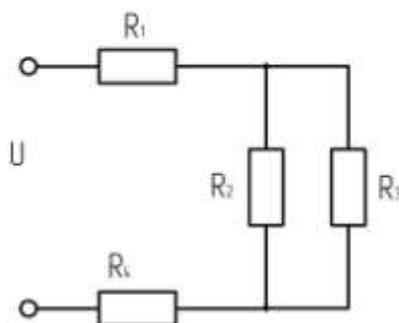
29. Определить проводимости G_2 и G_3 электрической цепи, если $G_1=0,05$ Ом⁻¹, $G_4=0,2$ Ом⁻¹, $G_5=0,1$ Ом⁻¹, $G=0,17$ Ом⁻¹. Проводимости $G_2=G_3$.



30. На резистор сопротивлением $R_H = 120$ Ом подано напряжение от источника ЭДС $E=300$ В через реостат сопротивлением $R_p=480$ Ом. Определить, в каких пределах можно изменять ток и напряжение в нагрузке с помощью реостата: 1) при замкнутом, 2) разомкнутом тумблере Кл. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



31. На представленной схеме электрической цепи с источником, имеющим $U=50$ В, нагруженным на потребитель, состоящий из резисторов $R_1=80$ Ом, $R_2=300$ Ом, $R_3=700$ Ом, $R_4=110$ Ом, определить токи во всех ветвях.



Тема 4 ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ. ИСТОЧНИКИ ЭДС И ТОКА. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ РАБОТА И МОЩНОСТЬ

В настоящее время для получения электрической энергии используется несколько видов источников. Наибольшее распространение получили химические, электромеханические источники, фотоэлементы и термопары. В химических источниках энергия протекающих в них химических реакций непосредственно превращается в электрическую энергию. Химические источники тока характеризуются бесшумностью (отсутствуют движущиеся части), относительной простотой, могут накапливать энергию (например, аккумуляторы). Основным недостатком химических источников является низкая энергетическая емкость.

Основу химических источников тока составляют два электрода (анод, содержащий окислитель, и катод, содержащий восстановитель), контактирующие с электролитом. Между электродами устанавливается разность потенциалов – электродвижущая сила, соответствующая свободной энергии окислительно-восстановительной реакции. Действие химических источников тока основано на протекании при замкнутой внешней цепи пространственно-разделенных процессов: на катоде восстановитель окисляется, образующиеся свободные электроны переходят, создавая разрядный ток, по внешней цепи к аноду, где они участвуют в реакции восстановления окислителя. В современных химических источниках тока в качестве восстановителя (на катоде) используются следующие материалы – свинец, кадмий и другие металлы; в качестве окислителя – оксид свинца и другие; в качестве электролита – растворы щелочей, кислот или солей. Химические элементы подразделяются на одноразовые гальванические элементы, где химические процессы необратимы и на аккумуляторы – источники электрического тока, в которых химические процессы носят обратимый характер.

Электромеханический генератор – электрическая машина, в которой механическая работа (обычно вращение вала) преобразуется в электрическую энергию. Принцип работы электромеханического генератора основан на возникновении ЭДС самоиндукции в проводниках при воздействии переменного магнитного поля. В большинстве случаев проводники (обмотка ротора) вращаются в постоянном магнитном поле, создаваемом статором.

Фотоэлемент – электронный прибор, который преобразует энергию фотонов в электрическую энергию. Наиболее эффективными, с энергетической точки зрения, устройствами для превращения солнечной энергии в электрическую являются полупроводниковые фотоэлектрические преобразователи, поскольку это прямой, одноступенчатый переход энергии. Преобразование энергии основано на фотоэлектрическом эффекте, который возникает в неоднородных полупроводниковых структурах при воздействии на них солнечного излучения. Эффективность преобразования зависит от электрофизических характеристик неоднородной полупроводниковой структуры, а также оптических свойств фотоэлемента, среди которых наиболее важную роль играет фотопроводимость. Преимуществами фотоэлементов являются надежность, бесшумность, недостатками – низкий КПД и высокая цена изготовления.

Термопара – источник электрической энергии, принцип действия которого основан на возникновении термо-ЭДС. Между соединенными проводниками имеется контактная разность потенциалов. Если стыки связанных в кольцо проводников находятся при одинаковой температуре, сумма таких разностей потенциалов равна нулю. Когда же стыки находятся при разных температурах, разность потенциалов между ними зависит от разности температур. Коэффициент пропорциональности в этой зависимости называют коэффициентом термо-ЭДС. Помещая спай из металлов с отличными коэффициентами термо-ЭДС в среду с температурой T_1 , мы получим напряжение между противоположными контактами, находящимися при другой температуре T_2 , которое будет пропорционально разности температур T_1 и T_2 . Термопара как электрический источник применяется редко, поскольку имеет низкий КПД. Преимуществом является высокая надежность и компактность устройства.

Источник ЭДС – источник электрической энергии, характеризующийся электродвижущей силой E и внутренним электрическим сопротивлением $R_{вт}$. Идеальный источник ЭДС характеризуется нулевым внутренним сопротивлением $R_{вт}=0$. Напряжение между выводами идеального источника ЭДС не зависит от тока, а его внешняя характеристика определяется выражением:

$$U=E=const.$$

Внешней характеристикой источника питания называется зависимость напряжения на его выходе от тока, выдаваемого в цепь. Внутреннее сопротивление $R_{вт}$ показывает, что часть энергии, вырабатываемой источником, остается внутри источника. Поэтому, напряжение на выходах источника равно разности между ЭДС источника и падением напряжения на внутреннем сопротивлении и определяется по формуле

$$U = E - U_{вт}$$

При напряжении $U = 0$ ток источника равен току короткого замыкания ($R=0$).

Рассмотрим простейшую электрическую цепь (рис. 4.1) с источником электрической энергии E и потребителем R . В источнике преобразуется какой-либо вид энергии в электрическую. Это происходит за счет сторонних (не электрических) сил, которые производят внутри источника разделение зарядов. Если цепь замкнута через потребитель, то разделенные заряды под действием возникшего электрического поля стремятся объединиться.

Вследствие движения зарядов в цепи возникает ток, и в потребителе расходуется энергия, запасенная источником.

Для количественной оценки указанных энергетических преобразований в источнике служит величина, называемая электродвижущей силой (ЭДС).

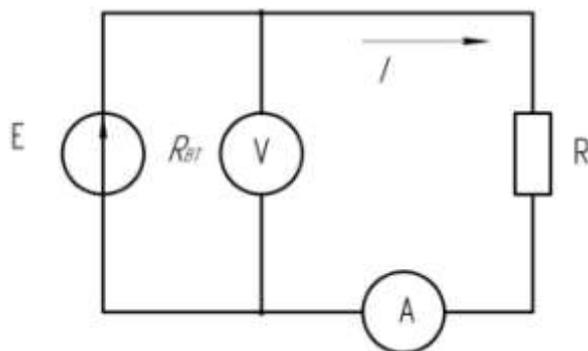


Рисунок 4.1 – Схема простейшей электрической цепи

ЭДС E численно равна работе (энергии), которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда внутри источника или сам источник, проводя единичный положительный заряд по замкнутой цепи. Единицей ЭДС является вольт (В). ЭДС равна 1 В, если при перемещении заряда в 1 Кл по замкнутой цепи совершается работа в 1 Дж:

$$E = W/q = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}.$$

Перемещение зарядов по участку цепи сопровождается затратой энергии.

Величину, численно равную работе, которую совершает источник, проводя единичный положительный заряд по данному участку цепи, называют напряжением U . Так как цепь состоит из внешнего и внутреннего участков, то разделяют понятия напряжения на внешнем и внутреннем участках цепи:

$$E = U_{\text{вн}} + U_{\text{вт}}.$$

Эта формула выражает закон сохранения энергии для электрической цепи. Измерить напряжения на различных участках цепи можно только при замкнутой цепи. ЭДС измеряют между зажимами источника при разомкнутой цепи.

Источник тока – источник электрической энергии с большим внутренним сопротивлением. В идеальном случае, когда $R_{\text{вн}} \gg R$, источник создает ток, не зависящий от сопротивления нагрузки, к которой он присоединен. Реальный источник тока – устройство, которое лишь старается поддерживать в цепи, к которой оно подключено, ток заданного уровня, пока это позволяют его возможности (максимальный выходной ток и напряжение).

У реальных источников внутреннее сопротивление имеет конечное значение (рис. 4.2).

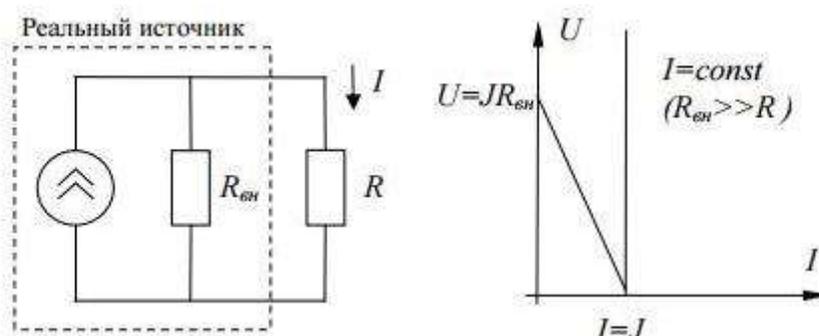


Рисунок 4.2 – Простейшая цепь с источником тока и вольтамперная характеристика

Если сопротивление нагрузки R стремится к бесконечности, то максимальное напряжение на выводах источника тока будет $U = JR_{\text{вн}}$.

Необходимо особо подчеркнуть, что эквивалентное внутреннее сопротивление источника тока подключается параллельно, а у источника ЭДС – последовательно с нагрузкой.

Если электрическую цепь замкнуть, то в ней возникает электрический ток. При этом энергия источника будет расходоваться. Работа (энергия W), которую совершает источник тока для перемещения заряда по всей замкнутой цепи, будет равна

$$W = E \cdot q = U \cdot I t.$$

Величину, характеризующую скорость, с которой совершается работа, называют мощностью:

$$P = \frac{W}{t}.$$

Мощность, отдаваемая источником:

$$P_{\text{и}} = E I t / t = E I.$$

Мощность потребителей:

$$P = U I t / t = U I = I^2 R = U^2 / R.$$

Единица мощности – ватт (Вт), т.е. мощность равна 1 Вт, если за 1 с совершается работа в 1 Дж. Электрическая работа выражается в джоулях, но согласно формуле

$$P = \frac{W}{t} \text{ имеем } W = P t, \text{ откуда}$$

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 1 \text{ Вт} \cdot \text{с}.$$

На практике пользуются такими единицами работы, как киловатт·час (кВт·час).

Когда в цепи с сопротивлением R существует ток, электроны, перемещаясь под действием поля, сталкиваются с ионами кристаллической решетки проводника. При этом кинетическая энергия электронов передается ионам, что приводит к увеличению амплитуды колебательного движения ионов, и к нагреванию проводника. Количество теплоты, выделенной в проводнике, равно

$$Q = I^2 R t,$$

где Q – количество выделенной теплоты, Дж; I – сила тока, А; R – сопротивление проводника, Ом; t – период времени, с.

Для расчетов количества выделенной теплоты в калориях применяется формула

$$Q = 0,24I^2Rt.$$

Приведенная зависимость носит название закона Джоуля-Ленца. Закон Джоуля-Ленца – закон физики, определяющий количественную меру теплового действия электрического тока. Сформулирован этот закон был в 1841 году английским ученым Д. Джоулем и совершенно отдельно от него в 1842 году известным русским физиком Э. Ленцем. Поэтому он получил свое двойное название – закон Джоуля-Ленца. Закон можно объяснить следующим образом: ток, протекая по проводнику, представляет собой перемещение электрического заряда под воздействием электрического поля. Таким образом, электрическое поле совершает некоторую работу. Эта работа расходуется на нагрев проводника. В процессе столкновений электронов и молекул происходит расход энергии, в дальнейшем превращающейся в тепло. Затраты определенного количества энергии связаны со всеми движениями, во время которых приходится преодолевать сопротивление. В это время происходит превращение работы, затраченной на преодоление сопротивления трения, в тепловую энергию. Сопротивление в электрических проводниках обладает теми же качествами, как и у обычного сопротивления. Для того чтобы провести ток через проводник, источником тока затрачивается определенное количество энергии, превращающейся в тепло. Данное превращение как раз и отражает закон Джоуля-Ленца, известный также как закон теплового действия тока. Согласно закону Джоуля-Ленца, электрический ток, проходящий по проводнику, сопровождается количеством теплоты, прямо пропорциональным квадрату силы тока и сопротивлению проводника, а также времени течения этого тока по проводнику.

Преобразование электрической энергии в тепловую имеет большое практическое значение и широко используется в различных нагревательных приборах как в промышленности, так и в быту. Однако часто тепловые потери являются нежелательными, так как они вызывают непроизводительные расходы энергии, например, в электрических машинах, трансформаторах и других устройствах, что снижает их коэффициент полезного действия.

В любой электрической цепи должен соблюдаться энергетический баланс – баланс мощностей: алгебраическая сумма мощностей всех источников энергии (в частности, источников тока и источников ЭДС) равна арифметической сумме мощностей всех приемников энергии (в частности, резистивных элементов):

$$\sum P_{ист} = \sum P_R.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Определить ЭДС генератора и его внутреннее сопротивление, если при мощности нагрузки $P_1=2,7$ кВт, напряжение на зажимах генератора $U =225$ В при мощности $P_2 = 1,84$ кВт, напряжение $U =230$ В.

Решение. Определим токи, проходящие в нагрузке, для обоих случаев:

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{225} = 12 \text{ A},$$
$$I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{1,84 \cdot 10^3}{230} = 8 \text{ A}.$$

Воспользуемся законом Ома для всей цепи:

$I=E/(R+r)$ или $E=IR+Ir$ и запишем два уравнения (для двух режимов работы цепи):

$$E=I_1R+ I_1r=225 + 12 r,$$
$$E=I_2R+I_2r=230+8 r.$$

Решая эту систему уравнений, определяем E и r : $E= 240$ В, $r = 1,25$ Ом.

Пример 2. На нагревательном элементе в течение 0,5 ч работы выделилось 550 ккал теплоты. Определить сопротивление элемента, потребляемый им ток, его мощность и затрачиваемую энергию при напряжении $U=220$ В.

Решение. По закону Джоуля-Ленца, $Q=0,24 UIt$, откуда:

$$I = \frac{Q}{0,24Ut} = \frac{550 \cdot 10^3}{0,24 \cdot 220 \cdot 1800} = 5,78 \text{ A}$$

Сопротивление нагревателя:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{5,78} = 38 \text{ Ом}$$

Мощность нагревателя $P=U \cdot I=220 \cdot 5,78=1271,6$ Вт.

Энергия, потребляемая за 0,5 ч работы,
 $W=P \cdot t=1271,6 \cdot 0,5= 0,636$ кВт· час.

Контрольные вопросы

1. По проводнику сопротивлением R течет ток I . Как изменится количество теплоты, выделяющееся в проводнике в единицу времени, если его сопротивление увеличить в два раза, а силу тока уменьшить в два раза?

2. Какой характеристикой источника является ЭДС, силовой или энергетической?

3. Встречают ли сторонние силы противодействие в процессе разделения зарядов внутри источника?

4. Определить сопротивление резистора и напряжение, подведенное к нему, если потребляемый ток $I=3,5$ А, а количество теплоты, выделившееся на резисторе в течение 1 ч, $Q=81,65$ ккал.

5. Нагревательный элемент сопротивлением $R=15$ Ом подключен к источнику напряжением $U= 120$ В. Определить время, на которое необходимо его включить, чтобы выделилось 1200 кДж теплоты. Определить также потребляемый им ток.

6. Электропечь, работающая при напряжении $U=200$ В, потребляет мощность $P=3$ кВт. Определить сопротивление и ток в обмотке, количество теплоты, если печь работала в течение 8ч.

7. При зарядке аккумуляторной батареи в течение времени $t=4$ час. 45 мин при напряжении $U=220$ В была затрачена энергия $W=5,5$ кВт час. Определить ток зарядки батареи и потребляемую ею мощность.

8. Определить время, необходимое для зарядки аккумулятора с внутренним сопротивлением $r=10$ Ом, если напряжение, подведенное к батарее, $U=24$ В, а энергия $W= 0,37$ кВт·час.

9. Во сколько раз надо изменить время прохождения тока через проводник, чтобы выделившееся количество теплоты осталось тем же при уменьшении тока в 3 раза.

10. Источник ЭДС с внутренним сопротивлением $r=0,10$ Ом нагружен на потребитель, на котором за 1 ч работы выделилось 729 кал при токе потребления $I=0,75$ А. Определить ЭДС источника.

11. Мощность, отдаваемая источником питания в режиме короткого замыкания, $P_k=344$ Вт. Его внутреннее сопротивление $r=2,2$ Ом. Определить значение ЭДС источника, сопротивление нагрузки при токе $I=0,6$ А и мощность нагрузки. Составить баланс мощностей.

12. Мощность, потребляемая последовательно соединенными резисторами $R_1, R_2, R_3, P=25$ Вт при токе цепи $I=0,2$ А. На участке, где включены резисторы R_1 и R_2 , падение напряжения $U_{1-2}=55$ В. Сопротивление резистора $R_1=130$ Ом. Определить сопротивления R_2 и R_3 , напряжение на входе цепи и составить баланс мощностей.

13. Для электрической цепи, состоящей из источника постоянного тока с напряжением $U_{ВХ}$ и трех последовательно соединенных резисторов R_1, R_2, R_3 , заданы параметры в соответствии с таблицей. Определить для каждого варианта указанные в таблице звездочкой параметры цепи и составить баланс мощностей.

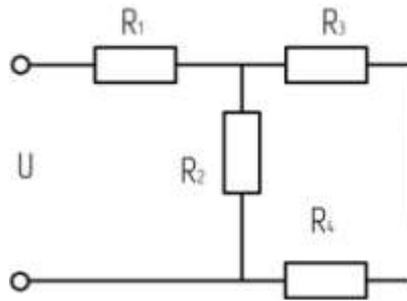
| №п/п | $R_1, \text{Ом}$ | $R_2, \text{Ом}$ | $R_3, \text{Ом}$ | $R_{\text{экв}}, \text{Ом}$ | $U_{\text{ВХ}}, \text{В}$ | $I, \text{А}$ | $P_{\text{ист}}, \text{Вт}$ | $U_1, \text{В}$ | $U_2, \text{В}$ | $U_3, \text{В}$ | $P_1, \text{Вт}$ | $P_2, \text{Вт}$ | $P_3, \text{Вт}$ |
|------|------------------|------------------|------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| 1 | * | 16 | 60 | * | 50 | 0,5 | * | * | * | * | * | * | * |
| 2 | * | * | 5 | 25 | | 0,2 | * | 2 | * | * | * | * | * |
| 3 | * | * | * | * | 15 | * | * | 3 | * | * | 12 | 16 | * |
| 4 | * | 10 | * | * | 30 | * | * | * | * | 6 | * | * | 9 |
| 5 | * | $2R_3$ | * | 40 | * | * | 10 | * | * | 4 | * | * | * |
| 6 | R_2 | * | $2R_2$ | * | * | 3 | 36 | * | * | * | * | * | * |

14. Проводимости трех параллельных ветвей $G_1=0,012 \text{ Ом}^{-1}$, $G_2 = 0,02 \text{ Ом}^{-1}$, $G_3=0,016 \text{ Ом}^{-1}$. Ток в неразветвленной части цепи $I=4,8$ А. Определить приложенное напряжение, токи в ветвях и потребляемую мощность.

15. К источнику с напряжением $U=300$ В подключены параллельно четыре лампы накаливания с сопротивлениями $R_1=R_2=1200$ Ом, $R_3=500$ Ом; $R_4=750$ Ом. Определить общее сопротивление и проводимость цепи, токи в лампах и общую потребляемую мощность.

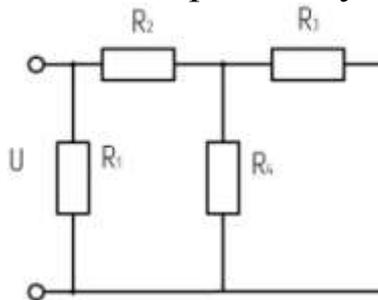
16. На вход цепи, изображенной на рисунке, подано напряжение $U=27$ В. Определить токи на всех участках цепи и потребляемую цепью мощность, если $R_1=40$ Ом, $R_2=75$ Ом, $R_3=70$ Ом, $R_4=80$ Ом.

17. Определить сопротивление ламп накаливания при указанных на них мощностях $P=25; 40; 60; 100; 150; 500$ Вт и напряжении $U=220$ В.



18. Падение напряжения на резисторе R_2 $U=28$ В. Ток в неразветвленной части цепи $I=0,085$ А. Определить сопротивления резисторов R_1 и R_2 , токи в ветвях, входное напряжение и потребляемую цепью мощность, если сопротивление резистора $R_3=800$ Ом, а общее сопротивление всей цепи $R=730$ Ом.

19. Для электрической схемы заданы значения сопротивлений резисторов $R_1=R_2=25$ Ом, $R_3=15$ Ом, $R_4=75$ Ом и входное напряжение $U=105$ В. Определить проводимости и токи в ветвях, падения напряжений на всех участках цепи и потребляемую ею мощность.



Тема 5 ЗАКОНЫ КИРХГОФА

5.1 Первый закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n \pm I_k = 0,$$

где n – число ветвей, сходящихся в узле. Первый закон Кирхгофа говорит о том, что в любой момент времени количество электрических зарядов, направленных к узлу, равно количеству зарядов, направленных от узла, откуда следует, что электрический заряд в узле не накапливается. До написания уравнения по первому закону Кирхгофа необходимо задать условные положительные направления токов в ветвях, обозначив эти направления на схеме стрелками. Токи, направленные к узлу, записывают с одним знаком (например, с плюсом), а токи, направленные от узла, с противоположным знаком (минусом).

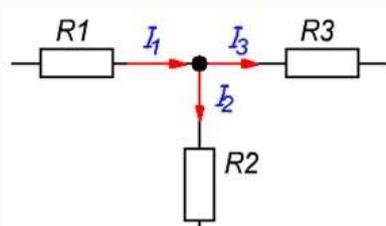


Рисунок 5.1 – Ток I_1 – ток, втекающий в узел; токи I_2 и I_3 – токи, вытекающие из узла

Например, рассмотрим рисунок 5.1. Здесь ток I_1 – ток, втекающий в узел, а токи I_2 и I_3 – токи, вытекающие из узла. Тогда можно записать:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

Знаки «минус» означают, что токи вытекают из узла.

5.2 Второй закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма падений напряжений на всех элементах любого контура электрической цепи равна 0:

$$\sum_{k=1}^m \pm U_k = 0.$$

При записи уравнения задаемся направлением обхода контура. Если направление обхода контура совпадает с положительным направлением напряжения, ЭДС или тока, то оно учитывается в уравнении со знаком «плюс», а если не совпадает – со знаком «минус». В частности, для контура, содержащего только источники ЭДС и резистивные элементы, алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах равна алгебраической сумме ЭДС:

$$\sum_{k=1}^m \pm U_k = \sum_{k=1}^n \pm E_k,$$

где n – число ЭДС в контуре; m – число элементов с сопротивлением R_k в контуре.

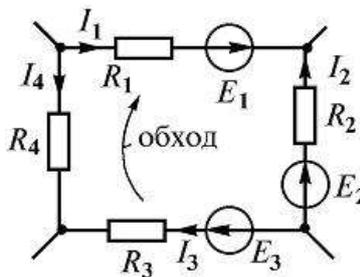


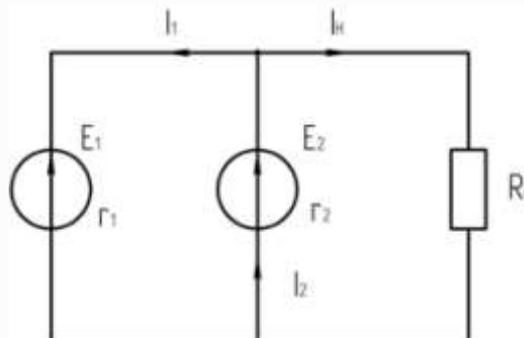
Рисунок 5.2 – Замкнутый контур схемы

Например, для замкнутого контура схемы (рис. 5.2):

$$E_1 - E_2 + E_3 = I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4$$

5.3 Примеры решения задач

Пример 1.



Два источника постоянного тока, соединенные параллельно, изображенные на рисунке, имеют $E_1 = 11,5 \text{ В}$, $R_1 = 2,5 \text{ Ом}$, $E_2 = 16,5 \text{ В}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$ и нагрузочный резистор сопротивлением $R_H = 30 \text{ Ом}$. Определить значения и направления токов через источники и нагрузку. Составить баланс мощностей. Указать режим работы каждого источника и определить падение напряжения на зажимах источников.

Решение. В соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$I_2 = I_1 + I_H.$$

Для двух независимых контуров составим два уравнения по второму закону Кирхгофа.

Для контура, включающего в себя два источника E_1 и E_2 , выбираем направление обхода против часовой стрелки и записываем:

$$E_2 - E_1 = I_1 R_1 + I_2 R_2.$$

Для контура с источником E_2 и сопротивлением нагрузки R_H при обходе по часовой стрелке:

$$E_2 = I_2 R_2 + I_H R_H.$$

Имеем систему из трех уравнений с тремя неизвестными I_1, I_2, I_H . Подставив в них значение ЭДС и сопротивлений и решив эту систему, находим: $I_1 = 0,3 \text{ А}$; $I_2 = 0,71 \text{ А}$; $I_H = 0,41 \text{ А}$. Источник E_1 работает в режиме потребления, а E_2 в режиме генератора, поэтому при составлении баланса мощностей необходимо помнить, что мощность ЭДС E_1 – отрицательна.

Баланс мощностей – равенство мощностей, отдаваемых генераторами, и мощностей потребителей, т.е.

$$E_2 I_2 - E_1 I_1 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_H^2 \cdot R_H$$

$$16,5 \cdot 0,71 - 11,5 \cdot 0,3 = 0,3^2 \cdot 2,5 + 0,71^2 \cdot 6 + 0,41^2 \cdot 30$$

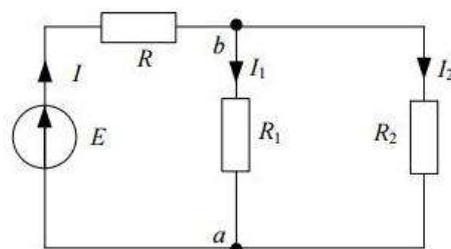
$$8,2 = 8,2, \text{ Вт}$$

Падение напряжения на зажимах источников можно определить тремя способами:

1. $U = I_H R_H = 0,41 \cdot 30 = 12,3 \text{ В}$
2. $U = E_2 - I_2 R_2 = 16,5 - 0,71 \cdot 6 = 12,24 \text{ В}$
3. $U = E_1 + I_1 R_1 = 11,5 + 0,3 \cdot 2,5 = 12,25 \text{ В}$

Пример 2. В схеме, приведенной ниже, дано:

$P_2 = 72$ Вт, $R = 1,4$ Ом, $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Определить E , I_1 , I_2 .



Решение. Найдем I_2 , I_1 из формулы $P_1 = P_2 = I_2^2 R_2$:

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} = \sqrt{\frac{72}{2}} = 6 \text{ А}, I_1 = \sqrt{\frac{P_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{72}{8}} = 3 \text{ А}.$$

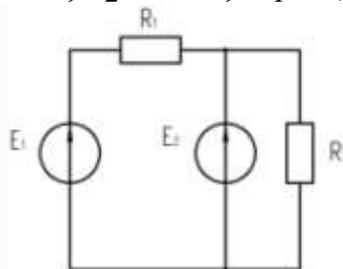
Определим входной ток по 1 закону Кирхгофа: $I = I_1 + I_2 = 3 + 6 = 9$ А.

ЭДС найдем из формулы: $E = I R_{\text{экв}}$,

где $R_{\text{экв}} = R + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 1,4 + \frac{8 \cdot 2}{8 + 2} = 3$ Ом, $E = 9 \cdot 3 = 27$ В.

Контрольные вопросы

1. В электрической цепи, изображенной ниже, определить токи во всех ветвях и падения напряжения на зажимах источников, если $E_1 = 36$ В, $E_2 = 27$ В, $r_1 = 3,5$ Ом, $r_2 = 10$ м, $R_1 = 8,5$ Ом, $R_3 = 6$ Ом.



2. Для электрической схемы, изображенной выше, заданы значения $E_1 = 10$ В, $r_1 = 10$ м, $r_2 = 2$ Ом, $R_1 = R_3 = 15$ Ом и ток $I_1 = 0,34$ А. Определить ЭДС E_2 , токи I_2 и I_3 и режим работы обоих источников.

3. Определить ЭДС источников E_1 и E_2 и ток I_1 , в цепи, изображенной на рисунке, если падение напряжения $U_3 = 0,6$ В, $R_3 = 1,2$ Ом, $R_1 = 0,9$ Ом, ток $I_2 = 0,7$ А, внутренние сопротивления источников $r_1 = 0,1$ Ом, $r_2 = 0,3$ Ом. Составить баланс мощностей.

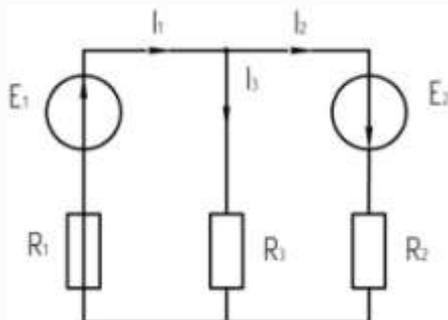
4. Первый закон Кирхгофа.

5. Объяснить второй закон Кирхгофа на примере.

6. Для электрической цепи, представленной на рисунке, заданы значения параметров цепи в соответствии с таблицей. Для каждого варианта определить параметры, указанные звездочкой, и составить баланс мощностей.

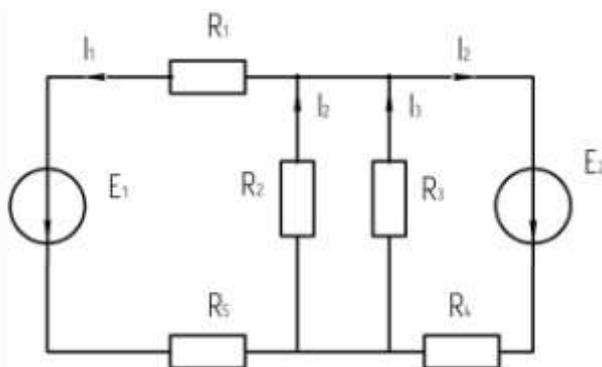
| №п/п | $E_1, \text{Ом}$ | $E_2, \text{Ом}$ | $r_1, \text{Ом}$ | $r_2, \text{Ом}$ | $R_1, \text{Ом}$ | $R_3, \text{Ом}$ | $I_1, \text{А}$ | $I_2, \text{А}$ | $I_3, \text{А}$ | $P_1, \text{Вт}$ | $P_3, \text{Вт}$ |
|------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| 1 | 50 | 104 | * | * | 120 | 250 | * | 0,8 | 0,4 | * | * |
| 2 | 12 | 8 | 4 | 0 | | * | 0,04 | 0,12 | * | * | * |
| 3 | * | 300 | 0 | 0 | * | * | * | 2,75 | 5 | 101 | * |
| 4 | 4,5 | * | 0,5 | 0,5 | * | 1,5 | 0,2 | * | 0,8 | * | * |
| 5 | * | 750 | 0 | 0 | * | * | * | 0,01 | 0,06 | 12,5 | * |
| 6 | 18 | 10 | 1,0 | * | * | * | 2,0 | 1,0 | * | * | 10,5 |

7. На рисунке представлена электрическая цепь, где $E = 130 \text{ В}$, $E_2 = 85 \text{ В}$ и сопротивления резисторов $R_1 = R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $r_1 = r_2 = 0$. Определить токи в ветвях и составить баланс мощностей.



8. Для схемы, представленной ниже, заданы значения сопротивлений $R_1 = 2 \text{ кОм}$, $R_2 = R_4 = 5 \text{ кОм}$, $R_3 = 20 \text{ кОм}$, $R_5 = 4 \text{ кОм}$. Определить токи в ветвях и составить баланс мощностей, если $E_1 = 300 \text{ В}$, $E_2 = 500 \text{ В}$ и $r_1 = r_2 = 0$.

9. Сформулировать правила знаков для первого и второго законов Кирхгофа.



Тема 6 РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

По номинальным значениям напряжений и токов элементов цепи осуществляется выбор проводов, элементов защиты и других элементов электрической цепи. При анализе цепей с несколькими источниками используют различные методы: контурных токов, суперпозиции, наложения, узлового напряжения, эквивалентного генератора и метод непосредственного применения законов Кирхгофа.

6.1 Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

Алгоритм решения

1. Произвольно выбрать условные положительные направления токов в ветвях и обозначить их на схеме указательными стрелками.

2. Выбрать направления обхода контуров для составления уравнений по второму закону Кирхгофа (удобнее, если все – по часовой стрелке).

3. Определить число узлов (k) и ветвей (m).

4. Общее число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов или числу ветвей m . Из них по первому закону Кирхгофа составить $k - 1$ уравнений, где k – число узлов схемы. Токи, направленные к узлу, принимают как «условно положительные», перед ними ставят знак «+», направленные от узла, считают «условно отрицательными» – знак «-».

5. Определить число уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа по формуле $m - (k - 1)$ независимых уравнений. Уравнения по второму закону Кирхгофа необходимо составить для контуров так чтобы в каждый следующий контур входила хотя бы одна ветвь, не вошедшая в другие контуры, для которых уже записаны уравнения. При обходе контура в выбранном направлении электродвижущая сила записывается со знаком «+», если ее направление совпадает с направлением обхода контура, и со знаком «-» в противоположном случае. Падение напряжений RI записывают со знаком «+», если направление обхода ветви совпадает с положительным направлением тока, и со знаком «-» в противоположном случае.

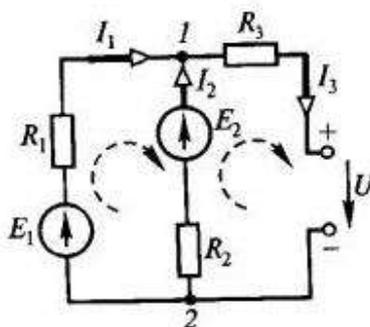
6. Составить систему уравнений, решив которые при заданных сопротивлениях и электродвижущих силах, найдете необходимые токи. Если численное значение какого-либо тока получается отрица-

тельным, то это означает, что его действительное направление противоположно выбранному положительному.

7. Проверить правильность решения, составив баланс мощности. Если положительное направление тока совпадает с направлением электродвижущей силы, то источник вырабатывает электрическую энергию. Если получено отрицательное значение тока, то произведение EI отрицательное, т.е. источник работает в режиме потребителя и является приемником электрической энергии (например, электрический двигатель, аккумулятор в режиме зарядки).

6.2 Примеры решения задач

Пример 1. Для электрической цепи постоянного тока, представленной на рисунке, определить токи I_1 , I_2 , I_3 в ветвях, если $E_1 = 3,6$ В, $E_2 = 1,2$ В, $U = 2,4$ В, сопротивления резисторов $R_1 = 0,5$ Ом, $R_2 = 1,0$ Ом, $R_3 = 1,5$ Ом.



Решение. Общее число уравнений равно числу неизвестных – 3. По первому закону Кирхгофа можно составить одно уравнение, так как в цепи два узла. Следовательно, по второму закону Кирхгофа надо составить два уравнения. При заданных условных положительных направлениях токов уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа для узла 1 электрической цепи, будет иметь вид:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

Уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для левого замкнутого контура 121 с учетом выбранного направления обхода, показанного стрелкой, будет иметь вид:

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2. \quad (2)$$

Уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для правого замкнутого контура:

$$E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3 + U. \quad (3)$$

Решаем полученную систему уравнений относительно неизвестных I_1, I_2, I_3 , подставляя в уравнения известные величины:

$$3,6 - 1,2 = 0,5 I_1 - I_2; \quad (2)$$

$$1,2 = I_2 + 1,5 I_3 + 2,4, \quad (3)$$

$$\text{или } 2,4 = 0,5 I_1 - I_2; \quad (2)$$

$$- 1,2 = I_2 + 1,5 I_3. \quad (3)$$

Из первого уравнения выражаем I_3 :

$$I_3 = I_1 + I_2.$$

Подставляем полученное выражение в третье уравнение:

$$- 1,2 = I_2 + 1,5(I_1 + I_2).$$

Раскрываем скобки, приводим подобные члены:

$$- 1,2 = 1,5 I_1 + 2,5 I_2.$$

Из уравнения (2) выражаем I_2 :

$$I_2 = 0,5 I_1 - 2,4$$

Подставляем в (3) и определяем:

$$I_1 - 1,2 = 1,5 I_1 + 2,5(0,5 I_1 - 2,4)$$

$$- 1,2 = 1,5 I_1 + 1,25 I_1 - 6,0$$

$$2,75 I_1 = 4,8 \rightarrow I_1 = 1,75 \text{ (A)}.$$

Определяем токи I_2 и I_3 :

$$I_2 = 0,5 I_1 - 2,4 = 0,5 \cdot 1,75 - 2,4 = - 1,52 \text{ (A)},$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1,75 - 1,52 = 0,23 \text{ (A)}.$$

Таким образом, направления токов I_1 и I_3 совпадают с условно принятыми направлениями, а ток I_2 направлен в сторону, противоположную показанному на схеме направлению.

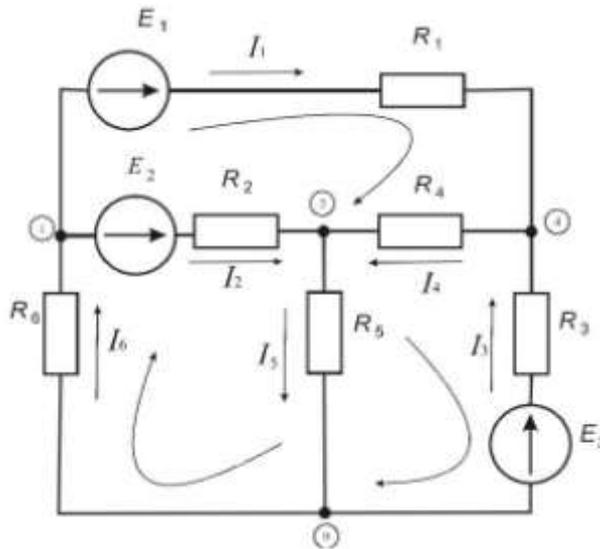
При расчетах сложных цепей удобна матричная форма записи для решения системы уравнений с помощью прикладной программы: MathCAD.

В этом случае систему алгебраических уравнений сложной цепи, составленную на основе законов Кирхгофа, необходимо представить в матричной форме:

$$AI=BE,$$

где A и B – квадратные матрицы коэффициентов при токах и ЭДС, а I и E – матрицы-столбцы неизвестных токов и заданных ЭДС. Решением системы в матричном виде будет $I=A^{-1}BE$.

Пример 2. На рисунке показана принципиальная электрическая схема, которая содержит три источника ЭДС ($E_1 = 10$ В, $E_2 = 20$ В, $E_3 = 5$ В), шесть резисторов ($R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 4$ Ом, $R_4 = 8$ Ом, $R_5 = 3$ Ом, $R_6 = 7$ Ом). Пользуясь законами Кирхгофа, определить токи во всех ветвях.



Решение. В схеме – четыре узла $k=4$ (обозначим цифрами 0, 1, 2, 4), число ветвей $m = 6$, число неизвестных токов равно шести. По первому закону Кирхгофа необходимо составить $k-1=4-1=3$ уравнения, которые составим для узлов 1, 2, 4:

- узел 1: $-I_1 - I_2 + I_6 = 0$;
- узел 2: $I_2 + I_4 - I_5 = 0$;
- узел 3: $I_1 - I_4 + I_3 = 0$.

Число уравнений по второму закону Кирхгофа: $m - (k - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$;

- контур I: $R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_2 I_2 = E_1 - E_2$;
- контур II: $R_2 I_2 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = E_2$;
- контур III: $R_3 I_3 - R_5 I_5 - R_4 I_4 = -E_3$.

Составляем систему уравнений и таблицу коэффициентов матриц.

$$\begin{aligned}
 & -I_1 - I_2 + I_6 = 0, \\
 & I_2 + I_4 - I_5 = 0, \\
 & I_1 - I_4 + I_3 = 0, \\
 & R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_2 I_2 = E_1 - E_2, \\
 & R_2 I_2 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = E_2, \\
 & R_3 I_3 - R_5 I_5 - R_4 I_4 = -E_3.
 \end{aligned}$$

| I_1 | I_2 | I_3 | I_4 | I_5 | I_6 | E |
|--------|--------|-------|--------|--------|-------|-----------|
| -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | +1 | 0 |
| 0 | +1 | 0 | +1 | -1 | 0 | 0 |
| +1 | 0 | +1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| $+R_1$ | $-R_2$ | 0 | R_4 | 0 | 0 | E_1-E_2 |
| 0 | R_2 | 0 | 0 | R_5 | R_6 | E_2 |
| 0 | 0 | R_3 | $-R_4$ | $-R_5$ | 0 | $-E_3$ |

Вычисляем основные и дополнительные определители и находим значение токов. Для решения системы уравнений, симметричных матриц используем прикладную программу MathCAD. Решение матрицы в среде MathCAD.

$$A := \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -4 & -8 & -3 & 0 \end{vmatrix} \quad B := \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \\ 20 \\ -5 \end{vmatrix} \quad \text{lsolve}(A, B) = \begin{pmatrix} -0,695 \\ 2,142 \\ 0,414 \\ -0,28 \\ 1,862 \\ 1,447 \end{pmatrix}$$

6.3 Метод контурных токов

Метод контурных токов позволяет уменьшить число совместно-решаемых уравнений до $K=B-U+I$ и основан на применении второго закона Кирхгофа.

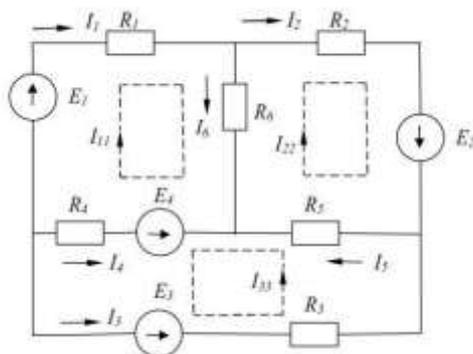
Алгоритм решения

1. Выбирается $K=B-U+I$ независимых контуров и положительных направлений так называемых контурных токов, каждый из которых протекает по всем элементам соответствующего контура.

Для планарных схем, т.е. допускающих изображение на плоскости без пересечения ветвей, достаточным условием выделения K -независимых контуров является наличие в каждом из них хотя бы одной ветви, принадлежащей только этому контуру.

2. Для K -независимых контуров составляем уравнения по второму закону Кирхгофа, совместное решение которых определяет все контурные токи.

3. Ток каждой ветви определяем по первому закону Кирхгофа как алгебраическую сумму контурных токов в соответствующей ветви.



Расчет цепей методом контурных токов

Рассмотрим расчет цепи с числом ветвей $B = 6$, узлов $U = 4$, независимых контуров $K = B - U + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$. Выберем независимые контуры 1-3 и положительные направления контурных токов в них I_{11}, I_{22}, I_{33} . В отличие от токов ветвей каждый контурный ток обозначим двойным индексом номера контура. Уравнения по второму закону Кирхгофа:

- контур 1:

$$(R_1 + R_4 + R_6)I_{11} - R_6 I_{22} + R_4 I_{33} = E_1 - E_3;$$

- контур 2:

$$-R_6 I_{11} + (R_2 + R_5 + R_6)I_{22} + R_5 I_{33} = E_2;$$

- контур 3:

$$R_4 I_{11} + R_5 I_{22} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{33} = E_3 - E_4.$$

Или в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} R_1 + R_4 + R_6 & -R_6 & R_4 \\ -R_6 & R_2 + R_5 + R_6 & R_5 \\ R_4 & R_5 & R_3 + R_4 + R_5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_1 - E_3 \\ E_2 \\ E_3 - E_4 \end{vmatrix}$$

Решение данной системы уравнений определяет контурные токи I_{11}, I_{22}, I_{33} . Токи внешних ветвей равны контурным:

$$I_1 = I_{11}, I_2 = I_{22}, I_3 = I_{33}.$$

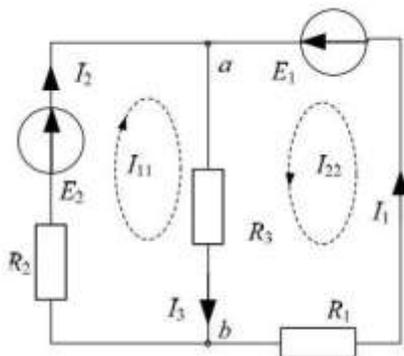
Токи в смежных ветвях равны сумме двух контурных токов, протекающих в данной ветви:

$$I_4 = -I_{11} - I_{33}, I_5 = I_{22} + I_{33}, I_6 = I_{11} + I_{22}.$$

6.4 Примеры решения задач

В схеме на рисунке известны следующие параметры:

$E_1=10$ В, $E_2= 5$ В, $R_1=2, 4$ Ом, $R_2=1,4$ Ом, $R_3= 0,8$ Ом. Определить токи ветвей по методу контурных токов. Проверить расчет с помощью баланса мощностей.



Решение. В начале выберем направления контурных токов.

Составим уравнения контурных токов:

$$I_{11}(R_1+R_3)+I_{22}R_3=E_1$$

$$I_{22}(R_2+R_3)+I_{11}R_3=E_2$$

Решим систему методом подстановки, в результате получим:

$$I_{11}=2,813 \text{ А}, I_{22}=1,25 \text{ А}.$$

Определим токи в ветвях через найденные контурные токи:

$$I_1=I_{11}=2,813 \text{ А}, I_2=I_{22}=1,25 \text{ А}$$

$$I_3=I_{11}+I_{22}=2,813+1,25=4,063 \text{ А}.$$

Составим баланс мощностей:

$$P_{\text{и}}=E_1I_1+E_2I_2=10 \cdot 2,812+5 \cdot 1,25=34,37 \text{ Вт}.$$

$$P_{\text{п}}=I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3=34,3 \text{ Вт}.$$

Погрешность вычислений:

$$\gamma = \frac{|P_{\text{и}}-P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% < 3\%$$

Контрольные вопросы

1. Почему при расчете цепи, содержащей n узлов, можно составить по первому закону Кирхгофа только $n - 1$ уравнений?

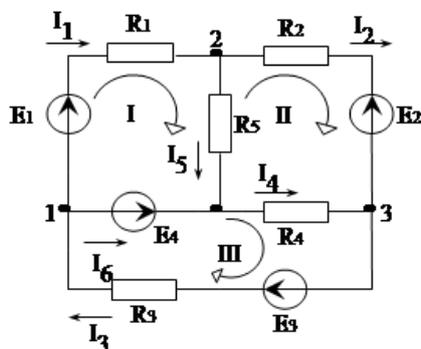
2. В чем преимущество метода контурных токов по сравнению с методом непосредственного применения законов Кирхгофа?

3. От чего зависит число уравнений, составляемых при расчете цепи методом контурных токов?

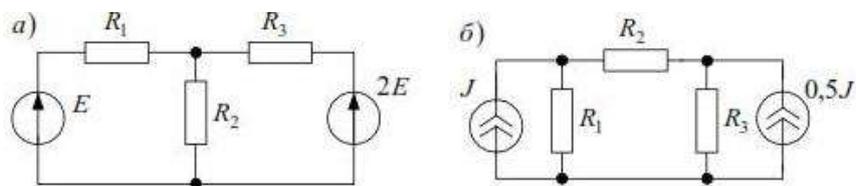
4. По каким соображениям выбираются направления токов в ветвях исходной цепи? Как уточняются эти направления?

5. Может ли направление тока в ветви с ЭДС быть противоположным направлению этой ЭДС?

6. Для цепи, изображенной на рисунке, составить уравнения для определения токов в ветвях путем непосредственного применения законов Кирхгофа и методом контурных токов.



7. Для цепей, изображенных ниже, определить токи в ветвях путем непосредственного применения законов Кирхгофа и методом контурных токов. Параметры резисторов: $R_1=45 \text{ Ом}$, $R_2=20 \text{ Ом}$, $R_3=15 \text{ Ом}$. Источники $E=15 \text{ В}$, $J=0,5 \text{ А}$.



ЛИТЕРАТУРА

1. Жаворонков, М.А. Электротехника и электроника / М.А. Жаворонков. – М.: Академия, 2005. – 400 с.
2. Касаткин, А.С. Электротехника: учеб. для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – М., 2005. – 544 с.
3. Мурзин, Ю.М. Электротехника: учеб. пособие для вузов / Ю.М. Мурзин, Ю.И. Волков. – СПб.: Питер, 2007. – 442 с.
4. Панфилов, Д.И. Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях: учеб. / Д.И. Панфилов. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.
5. Рекус, Г.Г. Основы электротехники и электроники в задачах с решениями: учеб. пособие / Г.Г. Рекус. – М.: Высш. шк., 2005. – 343 с.
6. Рекус, Г.Г. Сборник задач и упражнений по электротехнике и основам электроники / Г.Г. Рекус, А.И. Белоусов. – М.: Высш. шк., 2001. – 416 с.
7. Синдеев, Ю.Г. Электротехника с основами электроники: учеб. пособие / Ю.Г. Синдеев. – Ростов н/Д.: Феникс, 2013. – 407 с.

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 1. Электрические цепи постоянного тока

Методические указания для практических работ

Христинич Елена Витальевна
Христинич Роман Мирославович

Электронное издание

Редактор Л.Э. Трибис

Подписано в свет 15.10.2019. Регистрационный номер 192
Редакционно-издательский центр Красноярского государственного аграрного университета
660017, Красноярск, ул. Ленина, 117
e-mail: rio@kgau.ru