Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет»

С.В. Александрова

МАТЕМАТИКА

Модуль «Аналитическая геометрия на плоскости»

Сборник заданий

Электронное издание

Красноярск 2022

Рецензент

В.И. Иванов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Александрова, С.В.

Математика. Модуль «Аналитическая геометрия на плоскости» [Электронный ресурс]: сборник заданий / С.В. Александрова; Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск, 2022. – 27 с.

Представленный сборник заданий является дополнением к видеокурсу «Аналитическая геометрия на плоскости». Может быть использован для самостоятельной работы по дисциплинам «Математика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Предназначен для студентов всех форм и направлений обучения бакалавриата.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Красноярского государственного аграрного университета

Тема 1. Простейшие задачи в координатах

1.1. Координаты на прямой

Задание 1. Построить точки: $A(5), B(-3), C\left(\frac{7}{8}\right),\ D\left(-\frac{4}{3}\right),\ E(\sqrt[3]{2})$.

Задание 2. Построить точки, координаты которых задаются условиями: 1) $x^2 = 2$; 2)$|x| = 6$; 3) $|3 - x| = 5$; 4) $|x^2 + 5x + 2| = 4$.

Задание 3. Определить, где на координатной прямой расположены точки, координаты которых определяются условиями: 1) $x \geq 3$; 2) $x + 6 < 1$; 3) $11 - x < 0$; 4) $12 + 3x \geq -1$; 5) $-4 < x \leq 3$; 6) $\frac{2x-5}{x-2} < 0$; 7) $\frac{4-x}{2x+5} \leq 1$; 8)$x^2 - 3x - 10 \geq 0$; 9) $x^2 + 5x - 14 < 0$.

Задание 4. Найти длину отрезка, определяемого точками:
1)$A(0)$ и B; 2) $C(1)$ и $D(5)$; 3)$M(-1)$ и $N(4)$; 4) $F(-5)$ и $T(-2)$.

Задание 5. Вычислить координату точки A, если известно, что: 1)$B = 4$ и $AB = 7$; 2) $B = (-2)$ и $AB = 4$; 3) $B = (-4)$ и $|AB| = 5$.

1.2. Декартова система координат на плоскости

Задание 6. Построить точки: $A(0; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-1; 4)$, $D(-3;\ -7)$, $E\left(\frac{3}{7}; \frac{8}{11}\right)$.

Задание 7. Найти координаты проекций точек $A(-1; 3)$, $B(4; -2)$, $C(7; 7)$, $D(-4; 4)$, $E(-3{,}7;\ -7{,}5)$, $F\left(\frac{3}{8}; \frac{9}{11}\right)$ на координатные оси.

Задание 8. Найти координаты точек, симметричных относительно осей координат точкам $A(0; -3)$, $B(-3; 2)$, $C(5; 5)$, $D(9; -4)$, $E(-2;\ -10)$, $F\left(\frac{3}{14}; \frac{9}{11}\right)$.

Задание 9. Определить, в каких четвертях может быть расположена точка $M(x; y)$, если: 1)$xy > 0$; 2)$xy < 0$; 3)$x - y = 0$; 4)$x + y = 0$; 5)$x + y > 0$; 6)$x + y < 0$; 7)$x - y > 0$; 8)$x + y < 0$.

Задание 10. Даны точки $A(0; 0)$, $B(6;\ -7)$, $C(7;\ -6)$, $D(5;\ -1)$, $E(-3; -3)$, $F(-2; 10)$. Найти расстояние между точками: 1)A и B; 2)A и C, 3)A и D, 4)A и F, 5)B и C, 6)B и E, 7)B и F, 8)C и D, 9)C и E, 10)D и F.

Задание 11. Вычислить площадь квадрата, если известны:
1)две его смежные вершины $A(3; 1)$ и $B(5;\ -3)$;
2) две противолежащие вершины $C(2;\ -4)$ и $D(6; 1)$.

Задание 12. Вычислить площадь правильного треугольника, две вершины которого есть точки $A(-3; 2), B(1; 6)$**.**

Задание 13. Доказать, что треугольник с вершинами $A(1;1), B(2;3), C(5;\ -1)$ прямоугольный.

Задание 14. Вычислить площадь треугольника с вершинами, лежащими в точках 1) $A(2;1)$, $B(-3;7)$, $C(-2;\ -5)$; 2) $A_1(0;5)$, $A_2(8;\ -7)$, $A_3(2;1)$.

Задание 15. Площадь треугольника равна 10 кв. ед. Две его вершины лежат в точках $M_1(5;1)$ и $M_2(-2;2)$. Третья вершина M_3 лежит на оси абсцисс. Найти координаты этой вершины.

Задание 16. Найти площадь четырехугольника с вершинами в точках $A_1(1;9)$, $A_2(-2;0)$, $A_3(-4;\ -7)$, $A_4(-5;5)$.

Задание 17. Определить середины сторон треугольника с вершинами $A(2;\ -8), B(3;0), C(-10;3)$.

Задание 18. Найти координаты вершин треугольника, если известны координаты середин его сторон $M_1(1;\ -2)$, $M_2(-3;\ 8)$, $M_3(0;\ -5)$.

Задание 19. Даны три вершины параллелограмма $A(2;7)$, $B(-4;0)$, $C(-5;\ -6)$. Найти четвертую вершину.

Задание 20. Даны координаты трех вершин треугольника $A(11;3)$, $B(-5;7)$, $C(2;\ -6)$. Найти: 1)длину медианы, опущенной из вершины C; 2)длину высоты, опущенной из вершины A.

Задание 21. Даны координаты последовательных вершин однородной четырехугольной пластины $A(2;1)$, $B(5;3)$, $C(-1;7)$, $D(-7;5)$. Определить координаты центра ее масс.

Задание 22. Отрезок с концами в точках $A(-1;3)$ и $B(4;3)$ разделен на три равные части. Определить координаты точек деления.

Ответы:

2. 1)$x = \pm\sqrt{2}$; 2)$x = \pm 6$; 3)$x = -2,\ \ x = 8$; 4)$x = \frac{-5-\sqrt{33}}{2}$, $x = \frac{-5+\sqrt{33}}{2}$, $x = -3,\ x = -2$. **3.** 1)$x \in [3;\ +\infty)$, т.е. правее точки $M(3)$, включая ее; 2) $x \in (-\infty;\ -5)$, т.е. левее точки $M(-5)$; 3) $x \in (11;\ +\infty)$, т.е. правее точки $M(11)$; 4) $x \in \left[-\frac{13}{3};\ +\infty\right)$, т.е. правее точки $M(3)$, включая ее; 5)между точками $M(-4)$ и $N(3)$, включая точку N; 6)$x \in (2;\ 2{,}5)$, т.е. между точками $M(2)$ и $N(2{,}5)$; 7)$x \in (-\infty;\ -2{,}5)$, т.е. левее точки $M(-2{,}5)$; 8)$x \in [-2;5]$, т.е. между точками $M(-2)$ и $N(5)$, включая точки M и N; 9)$x \in (-7;2)$, т.е. между точками $M(-7)$ и $N(2)$. **4.** 1)3; 2)4; 3)5; 4)3. **5.** 1) -3; 2) -6; 3)1; -9. **7.** $A_{ox} = -1$; $A_{oy} = 3$; $B_{ox} = 4$; $B_{oy} = -2$; $C_{ox} = 7$; $C_{oy} = 7$; $D_{ox} = -4$; $D_{oy} = 4$; $E_{ox} = -3{,}7$; $E_{oy} = -7{,}5$;

$F_{ox}=\frac{3}{8}$; $F_{oy}=\frac{9}{11}$. **8.** $A_{ox}(0;3)$; $B_{ox}(-3;\,-2)$; $B_{oy}(3;2)$; $C_{ox}(5;\,-5)$; $C_{oy}(-5;5)$; $D_{ox}(9;4)$; $D_{oy}(-9;\,-4)$; $E_{ox}(-2;10)$; $E_{oy}(2;\,-10)$; $F_{ox}\left(\frac{3}{14};-\frac{9}{11}\right)$; $F_{oy}\left(-\frac{3}{14};\frac{9}{11}\right)$. **9.** 1) I, III; 2) II, IV; 3)I, III; 4)II, IV; 5)I, II, IV; 6) II, III, IV; 7) I, II, III; 8) I, III, IV. **10.** 1)$\sqrt{85}$; 2) $\sqrt{85}$; 3)$\sqrt{26}$; 4) $2\sqrt{11}$; 5) $\sqrt{2}$; 6) $\sqrt{97}$; 7) $\sqrt{313}$; 8) $\sqrt{29}$; 9)$\sqrt{109}$; 10)$\sqrt{170}$. **11.** 1) 20; 2) 15,5. **12.** $8\sqrt{3}$. **14.** 1)27; 2) 4. **15.** $(32;0)$ и $(-8;0)$. **16.** 17. **17.** $(1{,}5;\,-4)$, $(-4;\,-2{,}5)$, $(-3{,}5;1{,}5)$. **18.** $(4;\,-15)$, $(-2;11)$, $(-4;5)$. **19.** $(1;1)$. **20.** 1)$\sqrt{122}$; 2)$\frac{45\sqrt{218}}{109}$. **21.** $\left(-\frac{6}{11};\frac{45}{11}\right)$. **22.** $(2;\,-1)$, $(3;1)$.

Тема 2. Полярная система координат

Задание 1. Построить точки, заданные полярными координатами: $A\left(1;\,-\frac{\pi}{2}\right)$, $B\left(2;\,\frac{\pi}{2}\right)$, $C\left(4;\,\frac{\pi}{6}\right)$, $D\left(5;\,\frac{3\pi}{4}\right)$, $E\left(9;\,\frac{7\pi}{6}\right)$.

Задание 2. Определить полярные координаты точек $A(2;\,0)$, $B(0;\,-5)$, $D(1;1)$, $E(4;\,-6)$, $F\left(1;\,\sqrt{3}\right)$.

Задание 3. В полярной системе координат даны точки: $A\left(10;\,-\frac{\pi}{2}\right)$, $B\left(4;\,\frac{3\pi}{2}\right)$, $C\left(1;\,-\frac{\pi}{6}\right)$, $D\left(7;\,\frac{3\pi}{4}\right)$, $E\left(5;\,-\frac{7\pi}{3}\right)$. Определить их прямоугольные координаты.

Задание 4. В полярной системе координат даны две точки: $M_1(\rho_1;\,\alpha_1)$ и $M_2(\rho_2;\,\alpha_2)$. Вычислить расстояние между ними.

Задание 5. В полярной системе координат даны точки: $B\left(4;\,\frac{3\pi}{2}\right)$, $C\left(1;\,-\frac{\pi}{6}\right)$. Вычислить расстояние между ними.

Задание 6. Найти координаты середины отрезка, концы которого $A\left(3;\,\frac{\pi}{6}\right)$ и $B\left(4;-\frac{\pi}{3}\right)$ заданы в полярной системе координат.

Задание 7. Найти площадь треугольника, вершинами которого являются точки $A\left(;\,\frac{\pi}{8}\right)$, $B\left(8;\,\frac{7\pi}{24}\right)$, $C\left(6;\,\frac{5\pi}{8}\right)$.

Ответы:

2. $A(2;0)$, $B\left(5;\,-\frac{\pi}{2}\right)$, $D\left(\sqrt{2};\,\frac{\pi}{4}\right)$, $E\left(2\sqrt{15};arctg\left(-\frac{3}{2}\right)\right)$, $F\left(2;\,\frac{\pi}{3}\right)$.

3. $A(0;\,-10)$, $B(0;\,-4)$, $C\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\,-\frac{1}{2}\right)$, $D\left(-\frac{7\sqrt{2}}{2};\,\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$, $E\left(\frac{5}{2};\,-\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$.

4. $d = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 cos(\alpha_2 - \alpha_1)}$. **5.** $\sqrt{21}$. **6.** $\left(\frac{3\sqrt{3}+4}{4}; \frac{3-4\sqrt{3}}{4}\right)$. **7.** $3(4\sqrt{3} - 1)$.

Тема 3. Уравнение линии на плоскости

Задание 1. Установить, какие из данных точек: $A_1(2: -2)$, $A_2(2: 2)$, $A_3(2: -1)$, $A_4(3: -3)$, $A_5(5: -5)$, $A_6(3: -2)$, лежат на линии, определенной уравнением $x + y = 0$.

Задание 2. На линии, определенной уравнением $x^2 + y^2 = 25$, найти точки, абсциссы которых равны числам: 1) 0; 2) -3; 3) 5; 4)7; на этой же линии найти точки, ординаты которых соответственно равны числам: 5) 3; 6) -5; 7) -8.

Задание 3. Определить, какие линии задаются уравнениями и построить их в прямоугольной системе координат: 1) $x - y = 0$; 2)$x + y = 0$; 3) $x - 5 = 0$; 4) $x + 7 = 0$; 5) $y - 6 = 0$; 6) $y + 9 = 0$; 7) $x = 0$; 8) $y = 0$; 9) $x^2 - xy = 0$; 10) $y^2 + xy = 0$; 11) $x^2 + y^2 = 0$; 12) $xy = 0$; 13) $y^2 - 16 = 0$; 14) $x^2 - 9x + 20 = 0$; 15) $y^2 + 10y + 21 = 0$; 16) $y = |x|$; 17) $x = |y|$; 18) $y + |x| = 0$; 19) $x + |y| = 0$; 20) $y = |x - 5|$; 21) $x^2 + y^2 = 81$; 22) $(x - 3)^2 + (y + 11)^2 = 25$; 23) $(x + 4)^2 + y^2 = 9$; 24) $x^2 + (y - 1)^2 = 1$; 25)$2x^2 + 3y^2 = 0$; 26) $6x^2 + 5y^2 + 7 = 0$.

Задание 4. Даны линии: 1) $x + y = 0$; 2) $x - y = 0$; 3) $x^2 + y^2 - 49 = 0$; 4) $x^2 + 2y^2 + 8x - 3y = 0$; 5) $3x^2 + y^2 + 7x - y + 1 = 0$. Определить, какие из них проходят через начало координат.

Задание 5. Даны линии: 1) $x^2 + y^2 = 36$; 2)$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$; 3) $x^2 + y^2 - 12x + 16y = 0$; 4) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 = 0$. Найти точки их пересечения: а) с осью O_x; б) с осью O_y.

Задание 6. Найти точки пересечения двух линий:
1) $x^2 + y^2 = 8, \quad x - y = 0$;
2) $x^2 + y^2 - 16x + 4y + 18 = 0, \quad x + y = 0$;
3) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0, \quad x^2 + y^2 = 25$;
4) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 40 = 0, \quad x^2 + y^2 = 4$.

Задание 7. В полярной системе координат даны точки $A_1\left(1; \frac{\pi}{3}\right)$, $A_2(2; 0)$, $A_3\left(1; \frac{\pi}{4}\right)$, $A_4\left(\sqrt{3}; \frac{\pi}{6}\right)$, $A_5\left(1; \frac{2\pi}{3}\right)$. Определить, какие из этих точек лежат на линии, заданной в полярных координатах уравнением

$\rho = \frac{3}{cos\alpha}$. Какая линия определяется данным уравнением? Сделать чертеж данной линии.

Задание 8. На линии, заданной уравнением $\rho = \frac{3}{cos\alpha}$, найти точки, полярные радиусы которых равны: а) $\frac{\pi}{3}$; б) -$\frac{\pi}{3}$; в) 0; г)$\frac{\pi}{6}$.

Задание 9. На линии, определяемой уравнением $\rho = \frac{1}{sin\,\alpha}$, найти точки, полярные радиусы которых равны соответственно: а) 1; б) 2; в) $\sqrt{2}$.

Задание 10. Определить, какие указанные линии определяются в полярных координатах следующими уравнениями, сделать чертеж (в полярной системе координат): 1) $\rho = 5$; 2) $\alpha = \frac{\pi}{2}$; 3)$\alpha = -\frac{\pi}{4}$; 4) $\rho cos\alpha = 2$; 5)$\rho sin\alpha = 1$; 6)$\rho = 6cos\alpha$; 7)$\rho = 10sin\alpha$; 8) $sin\alpha = \frac{1}{2}$.

Задание 11. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от координатных осей.

Задание 12. Составить уравнение траектории движения точки, которая в каждый момент движения равноудалена от точек: 1) $A(3; 2)$ и $(2; 3)$; 2) $A(5; -1)$ и $B(1; -5)$; 3) $A(5; -2)$ и $B(-3; -2)$; 4) $A(3; -1)$ и $B(3; 5)$.

Задание 13. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от оси O_x и от точки $M(0; 2)$.

Задание 14. Составить уравнение геометрического места точек, каждая из которых удалена от оси O_x на расстояние в 5 раз большее, чем от оси O_y.

Задание 15. Написать уравнение геометрического места точек, равноудаленных от оси O_y и от точки $A(6; 5)$.

Задание 16. Написать уравнение геометрического места точек, для каждой из которых расстояние от точки $A(4; 0)$ вдвое больше, чем от точки $B(1; 0)$.

Задание 17. Составить уравнение геометрического места точек, сумма квадратов расстояний которых до точек $A(-3; 0)$ и $B(3; 0)$ равна 50.

Задание 18. Дано уравнение окружности $x^2 + y^2 = 25$. Составить уравнение геометрического места середин тех хорд этой окружности, длина которых равна 8.

Задание 19. Составить уравнение геометрического места точек, для которых расстояние до данной точки $F(3; 0)$ равно расстоянию до данной прямой $x + 3 = 0$.

Задание 20. Составить уравнение геометрического места точек, для которых отношение расстояния до данной точки $F(-4;0)$ к расстоянию до данной прямой $4x+25=0$ равно $\frac{4}{5}$.

Задание 21. Составить уравнение геометрического места точек, для которых кратчайшее расстояние до двух данных окружностей $(x+10)^2+y^2=289$, $(x-10)^2+y^2=1$.

Ответы:

1. A_1, A_4, A_5. **2.** 1) $(0;\ -5)$, $(0;\ 5)$; 2) $(-3;\ -4)$, $(-3;\ 4)$; 3) $(5;\ 0)$; 4) не существует; 5) $(-4;\ 3)$, $(4;\ 3)$; 6) $(0;\ -5)$; 7) не существует. **3.** 1) биссектриса первого и третьего координатных углов; 2) биссектриса второго и четвертого координатных углов; 3) прямая, параллельная оси O_y, отсекающая на положительной полуоси O_x, считая от начала координат, отрезок, равный 5; 4) прямая, параллельная оси O_y, отсекающая на отрицательной полуоси O_x, считая от начала координат, отрезок, равный 7; 5) прямая, параллельная оси O_x, отсекающая на положительной полуоси O_y, считая от начала координат, отрезок, равный 6; 6) прямая, параллельная оси O_x, отсекающая на отрицательной полуоси O_y, считая от начала координат, отрезок, равный 9; 7) прямая, совпадающая с осью абсцисс; 8) прямая, совпадающая с осью ординат; 9) линия состоит из двух прямых: биссектрисы первого и третьего координатных углов и прямой, совпадающей с осью ординат; 10) линия состоит из двух прямых: биссектрисы второго и четвертого координатных углов и прямой, совпадающей с осью абсцисс; 11) линия состоит из двух биссектрис координатных углов; 12) линия состоит из двух прямых, совпадающих с осями координат; 13) линия состоит из двух прямых, параллельных оси абсцисс, которые отсекают на оси ординат, считая от начала координат, отрезки равные 4 и -4; 14) линия состоит из двух прямых, параллельных оси ординат, которые отсекают на положительной полуоси абсцисс, считая от начала координат, отрезки, равные 4 и 5; 15) линия состоит из двух прямых, параллельных оси абсцисс, которые отсекают на отрицательной полуоси ординат, считая от начала координат, отрезки, равные 3 и 7; 16) линия состоит из двух лучей: биссектрис первого и второго координатных углов; 17) линия состоит из двух лучей: биссектрис первого и четвертого координатных углов; 18) линия состоит из двух лучей: биссектрис третьего и четвертого координатных углов; 19) линия состоит из двух лучей: биссектрис второго и третьего координатных углов; 20) линия состоит из двух лучей, расположенных в верхней полуплоскости, выходящих из точки (5; 0); 21) окружность с центром в начале координат и радиусом 9; 22) окружность с центром в точке (3; -11) и радиусом 5; 23) окружность с центром в точке (-4; 0) и радиусом 3; 24) окружность с центром в точке (0; 1) и радиусом 1; 25) вырожденная линия, состоящая из одной точки (0; 0); 26) нет точек, соответствующих данному уравнению. **4.** Линии 1), 2), 4) проходят через начало координат. **5.** 1) а) (-6; 0), (6; 0); б) (0; -6), (0; 6); 2) а) (0; 0), (6; 0); б) (0; 0),(0; -8); 3) а) (0; 0), (12; 0); б) (0; 0), (0; -16); 4) нет точек пересечения с осями координат. **6.** 1) (2; 2), (-2; -2); 2) (1; -1), (9; -9); 3) (3; -4), (1,4; -4,8); 4) линии не пересекаются. **7.** Точки A_1, A_2, A_4. Задаваемая линия – окружность. **8.** а) $\left(6;\ \frac{\pi}{3}\right)$; б) $\left(6; -\frac{\pi}{3}\right)$; в) $(3;\ 0)$; г) $\left(2\sqrt{3};\ \frac{\pi}{6}\right)$. **9.** а) $\left(1;\ \frac{\pi}{2}\right)$; б) $\left(2;\ \frac{\pi}{6}\right)$ и $\left(2;\ \frac{5\pi}{6}\right)$; в) $\left(\sqrt{2};\ \frac{\pi}{4}\right)$ и $\left(\sqrt{2};\ \frac{3\pi}{4}\right)$. **10.** 1) окружность с центром в полюсе и радиусом = 5; 2) луч, выходящий из полюса, наклоненный к полярной оси под углом $\frac{\pi}{3}$; 3) луч, выходящий из полюса, наклоненный к полярной оси под углом $-\frac{\pi}{4}$; 4) прямая, перпендикулярная к полярной оси, отсекающая от нее, считая от полюса, отрезок *a=2*; 5) прямая, расположенная в верхней полуплоскости параллельно полярной оси, отстоящая от нее на расстояние, равное 1; 6) окружность с центром в точке $(3; 0)$ и радиусом = 3; 7) окружность с центром в точке $\left(5; \frac{\pi}{2}\right)$ и радиусом = 5; 8) линия, состоящая из двух лучей, выходящих из полюса под углами $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$. **11.** Прямые $y = x$ и $y = -x$. **12.** 1) прямая $y = x$; 2) прямая $y = -x$; 3) прямая $x = 1$; 4) прямая $y = 2$. **13.** Парабола $y = \frac{x^2}{4} + 1$. **14.** Прямые $y = \pm 5x$. **15.** $y^2 - 10y - 12x + 61 = 0$. **16.** $x^2 + y^2 = 4$. **17.** $x^2 + y^2 = 16$. **18.** $x^2 + y^2 = 9$. **19.** $y^2 = 12x$. **20.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. **21.** Правая ветвь гиперболы $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$.

Тема 4. Прямая на плоскости

Задание 1. В прямоугольной системе координат построить прямые, заданные уравнениями: 1) $x = 10$; 2) $y = -3$; 3) $y + x = 0$; 4) $y + x = 0$; 5) $y - 3x + 2 = 0$; 6) $y = \frac{1}{2}x$; 7) $y = -\frac{1}{3}x + 5$.

Задание 2. Определить, проходит ли прямая $y = 3x + 13$ через точки $A(5;\ -1)$, $B(-4; 1)$, $C(3; 2)$, $D(5; 7)$, $E(-5;\ -2)$.

Задание 3. Точки M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 расположены на прямой $3x - 7y + 1 = 0$. Их абсциссы соответственно равны числам 0, 7, 2, -2, -21. Определить ординаты этих точек.

Задание 4. Точки M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 расположены на прямой $5x - 2y + 7 = 0$. Их ординаты соответственно равны числам 0, 4, 5, -2, -1. Определить абсциссы этих точек.

Задание 5. Определить точки пересечения прямой $5x - 3y = 15$ с координатными осями. Сделать чертеж.

Задание 6. Найти точку пересечения прямых $3x - 4y - 29 = 0$ и $2x + 5y + 19 = 0$.

Задание 7. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и имеющей угловой коэффициент, равный 3.

Задание 8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(7;\ -1)$ и имеющей угловой коэффициент, равный 2.

Задание 9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $\left(-\sqrt{3}; 1\right)$ под углом $30°$ к оси O_x.

Задание 10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(1;\ -2)$ и образующей с осью O_x угол, равный $arctg3$.

Задание 11. Равнобедренная трапеция с основаниями 6 и 2 см имеет острый угол $45°$. Написать уравнения сторон трапеции, приняв за ось Ox большее основание и за ось Oy ось симметрии трапеции.

Задание 12. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2;\ -1)$.

Задание 13. Составить уравнения прямых, проходящих через точки, 1) $A(2;\ -5)$ и $B(-1;\ \ 7)$; 2)$M_1(-3;\ \ 7)$ и $M_2(2;\ \ 2)$.

Задание 14. Написать уравнения сторон треугольника с вершинами в точках $A(2;\ \ 3)$, $B(-2;\ \ 1)$, $C(5;\ \ 0)$,

Задание 15. Найти уравнение прямой, образующей с осью Ox угол 135° и пересекающей ось Oy в точке *(0; 5).* Выяснить, проходит ли эта прямая через точки $A(2; 3)$ и $B(2;\ -3)$. Построить прямую.

Задание 16. Написать уравнение прямой, параллельной оси Ox и отсекающей на оси Oy отрезок, равный -2.

Задание 17. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси ординат, зная, что прямая проходит через точки $M(2;\ -1)$ и $P(-1; 8)$.

Задание 18. Прямая пересекает ось Ox в некоторой точке M и проходит через точки $A(-2; 5)$ и $B(3;\ -3)$. Найти координаты точки M.

Задание 19. Найти площадь треугольника, образующегося при пересечении прямой $3x + 4y - 12 = 0$ и осей координат.

Задание 20. Найти угол между двумя прямыми:

1) $y = -2x,\ y = 3x + 5$;

2) $4x + 2y - 5 = 0,\ 6x + 3y + 1 = 0$;

3)$\sqrt{3}x - y - 2 = 0,\ \sqrt{3}x + y + 1 = 0$.

Задание 21. Среди прямых: $3x - 2y + 7 = 0$, $6x - 4y - 9 = 0$, $6x + 4y = 5$, $2x + 3y - 6 = 0$ найти параллельные и перпендикулярные.

Задание 22. Написать уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом 45° к прямой $2x + 3y = 6$.

Задание 23. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $A(6; 2)$ на прямую $x - 4y - 7 = 0$.

Задание 24. Найти уравнение прямой, которая проходит через точку $A(5;\ -1)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(0; 3)$ и $C(2; 0)$.

Задание 25. Привести к нормальному виду уравнения прямых:

1) $2x - 3y - 10 = 0$; 2) $3x + 4y = 0$.

Задание 26. Найти расстояние точек: 1) $A(-2;\ -3)$ от прямой $8x + +15y + 27 = 0$; 2) $B(2;\ -5)$ от прямой $6x + 8y - 7 = 0$.

Задание 27. Дан треугольник с вершинами $A(4; 6)$, $B(-3; 0)$, $C(2;\ -3)$. Найти: 1) углы треугольника; 2) уравнение биссектрисы AD; 3) уравнение высоты CE; 4) точку пересечения биссектрисы и высоты.

Задание 28. Даны уравнения сторон треугольника $y = x + 2$, $y = -0{,}5x + 1$ и точка $D(4; 2)$ пересечения его медиан. Найти уравнение третьей стороны.

Задание 29. Даны середины сторон треугольника $(2; 1), (4; 3), (-2; 5)$. Найти уравнения сторон этого треугольника.

Ответы:
2. Прямая проходит через точки B, E и не проходит через A, C, D. **3.** $-\frac{1}{7}$; $\frac{20}{7}$; $\frac{5}{7}$; -1; $-\frac{64}{7}$. **4.** -1,4; 0,2; 0,6; -2,2; -1,8. **5.** С осью Ox $(3;\ 0)$, с осью Oy $(0;\ -5)$. **6.** $(3;\ -5)$. **7.** $y = 3x$. **8.** $y = 2x - 15$. **9.** $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$. **10.** $y = 3x - 3$. **11.** $y = 0$; $y = 2$; $y = x + 3$; $y = -x + 3$. **12.** $y = -0{,}5x$. **13.** 1)$y + 4x - 3 = 0$; 2)$y + x - 4 = 0$. **14.** $x - 2y + 4 = 0$; $x + y - 5 = 0$; $x + 7y - 5 = 0$. **15.** $y = -x + 5$; A – да, B – нет. **16.** $y = -2$. **17.** -3; 5. **18.** $\left(\frac{9}{8}; 0\right)$. **19.** 6. **20.** 1)$135^{\circ}$; 2) прямые параллельны; 3) 60°. **22.** $y = 3x, y = -\frac{1}{3}x$. **23.** $y + 4x - 7$. **24.** $3x + 2y - 13 = 0$. **25.** 1)$\frac{2}{\sqrt{13}}x - \frac{3}{\sqrt{13}}y - \frac{10}{\sqrt{13}} = 0$; 2)$0{,}6x + 0{,}8y = 0$. **26.** 1) 2; 2) 3,5. **27.** 1) $\hat{A} = arctg0{,}75$; $\hat{B} = arctg3$; $\hat{C} = arctg3$; 2)$5x - 3y - 2 = 0$; 3)$7x + 6y + 4 = 0$; 4) $\left(0;\ -\frac{2}{3}\right)$. **28.** $5x + y - 34 = 0$. **29.** $x + 3y - 5 = 0$, $x - y + 7 = 0$, $x - y + 2 = 0$.

Тема 5. Кривые второго порядка

Задание 1. Написать уравнения окружностей: 1) с центром в точке $C(-2; 3)$ и радиусом $R = 5$; 2) с центром в точке $C\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ и радиусом $R = \frac{1}{2}$.
Задание 2. Привести к нормальному виду уравнения окружностей:
1)$x^2 + y^2 - 6x = 0$;
2) $x^2 + y^2 + 8x - 9y + 2 = 0$;
3) $2x^2 + 2y^2 - 2x + 7y - 1 = 0$.
Задание 3. Найти уравнение окружности, если известно, что концы одного из диаметров ее имеют координаты $(2;\ -4)$ и $(-6; 2)$. Лежат ли на этой окружности точки $A(2;\ -1)$, $B(-3; 4)$, $C(1; 2)$, $D(2; 1)$, $E(0; 3)$, $F(-2; 4)$?
Задание 4. Составить уравнение окружности, имеющей центр в точке $(-2; 3)$ и касающейся прямой $x - 3y + 2 = 0$.
Задание 5. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(0;\ 1)$, $B(2; 0)$, $C(-2; 0)$.
Задание 6. Найти уравнение окружности, описанной около треугольника, вершинами которого являются точки $A(0;\ 1)$, $B(-2; 0)$, $C(0; -1)$.

Задание 7. Составить уравнение окружности с центром в точке $(-1;\ -2)$, проходящей через точку $(3; 4)$.
Задание 8. Составить уравнение окружности радиусом $R = 1$, зная, что она проходит через точки $A(0;\ -1)$, $B(1; 0)$.
Задание 9. Определить расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 3 = 0$ и $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 1 = 0$.
Задание 10. Найти точки пересечения окружности $(x-2)^2 + $ $+(y+3)^2 = 20$ с осями координат.
Задание 11. Найти точки пересечения окружности $x^2 + y^2 = 5$ с прямой $3x - y + 1 = 0$.
Задание 12. Окружность касается прямых $x - 2 = 0$ и $x = 6$, ее центр лежит на прямой $3x - y - 6 = 0$. Найти уравнение этой окружности.
Задание 13. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, если:
1) его полуоси равны 5 и 2;
2) его большая ось равна 10, расстояние между фокусами равно 8;
3) его малая ось равна 24, расстояние между фокусами равно 10;
4) расстояние между фокусами равно 6, эксцентриситет равен $\frac{3}{5}$;
5) его большая ось равна 20, эксцентриситет равен $\frac{3}{5}$;
6) малая ось равна 10, эксцентриситет равен $\frac{12}{13}$;
7) расстояние между его директрисами равно 5, расстояние между фокусами равно 4;
8) большая ось равна 8, расстояние между директрисами равно 16;
9) малая ось равна 6, расстояние между директрисами равно 13;
10) расстояние между директрисами равно 32, эксцентриситет равен $\frac{1}{2}$.
Задание 14. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, симметрично относительно начала координат, если:
1) его полуоси равны 7 и 2;
2) его большая ось равна 10, расстояние между фокусами равно 8;
3) расстояние между фокусами равно 24, эксцентриситет равен $\frac{12}{13}$;
4) малая ось равна 16, эксцентриситет равен $\frac{3}{5}$;
5) расстояние между фокусами равно 6. Расстояние между директрисами равно $16\frac{2}{3}$;
6) расстояние между директрисами равно $\frac{32}{3}$, эксцентриситет равен $\frac{3}{4}$.

Задание 15. Определить полуоси эллипсов:
1) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1;$ 2) $\frac{x^2}{4}+y^2=1;$ 3) $x^2+25y^2=25;$ 4) $4x^2+9y^2=25;$ 5) $9x^2+y^2=1.$

Задание 16. Дан эллипс $9x^2+25y^2=225$. Найти: 1) полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

Задание 17. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса, $x^2+5y^2=20$, а две другие совпадают с концами его малой оси.

Задание 18. Убедившись, что точка $M(-4;2{,}4)$ лежит на эллипсе $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, определить ее фокальные радиусы.

Задание 19. Определить точки эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$, расстояние которых до правого фокуса равно 14.

Задание 20. Установить, что уравнение $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$ определяет эллипс. Найти координаты его центра C, полуоси, эксцентриситет и уравнения директрис.

Задание 21. Определить точки пересечения двух эллипсов: x^2+ $+9y^2-45=0,$ $x^2+9y^2-6x-27=0.$

Задание 22. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, если:
1) ее оси $2a=10$ и $2b=8$;
2) расстояние между фокусами равно 10, ось $2b=8$;
3) расстояние между фокусами равно 6 и эксцентриситет равен $\frac{3}{2}$;
4) ось $2a=16$ и эксцентриситет равен $\frac{5}{4}$;
5) уравнения асимптот $y=\pm\frac{4}{3}x$ и расстояние между фокусами равно 20;
6) расстояние между директрисами равно $22\frac{2}{13}$ и расстояние между фокусами равно 26;
7) расстояние между директрисами равно $\frac{32}{5}$ и ось $2b=6$;
8) расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$ и эксцентриситет равен $\frac{3}{2}$.

Задание 23. Определить полуоси данных гипербол: 1) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1;$ 2) $\frac{x^2}{16}-y^2=1;$ 3)$x^2-4y^2=16;$ 4) $x^2-y^2=1;$ 5) $4x^2-9y^2=25;$ 6)$25\,x^2-16y^2=1.$

Задание 24. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = 144$. Найти: 1) полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.
Задание 25. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = -144$. Найти: 1) полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5)уравнения директрис.
Задание 26. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и прямой $9x + 2y - 24 = 0$.
Задание 27. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны:
1) точки $M_1(6;\ -1)$ и $M_2\left(-8; 2\sqrt{2}\right)$ гиперболы;
2) точка $M_1(-5;\ 3)$ гиперболы и эксцентриситет, равный $\sqrt{2}$.
Задание 28. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ и эксцентриситет равен 2.
Задание 29. Установить, что каждое из уравнений определяет гиперболу. Найти координаты ее центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис:
1) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$;
2) $9x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$.
Задание 30. Найти точки пересечения прямой $2x - y - 10 = 0$ и гиперболы $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$.
Задание 31. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$, параллельных прямой $10x - 3y + 9 = 0$.
Задание 32. Доказать, что точки пересечения гиперболы $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$ и эллипса $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ являются вершинами прямоугольника, составить уравнения его сторон.
Задание 33. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если:
1) парабола расположена в правой полуплоскости симметрично относительно оси Ox, ее параметр $p = 3$;
2) парабола расположена в левой полуплоскости симметрично относительно оси Ox, ее параметр $p = 0{,}5$;

3) парабола расположена в верхней полуплоскости симметрично относительно оси Oy, ее параметр $p = \frac{1}{4}$;

4) парабола расположена в нижней полуплоскости симметрично относительно оси Oy, ее параметр $p = 3$.

Задание 34. Определить величину параметра и расположение относительно координатных осей, если: 1) $y^2 = 6x$; 2) $x^2 = 5y$; 3) $y^2 = -4x$; 4) $x^2 = -y$.

Задание 35. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если:

1) парабола расположена симметрично относительно оси Ox и проходит через точку $A(9; 6)$;

2) парабола расположена симметрично относительно оси Ox и проходит через точку $B(-1; 3)$;

3) парабола расположена симметрично относительно оси Oy и проходит через точку $C(1; 1)$;

4) парабола расположена симметрично относительно оси Oy и проходит через точку $D(4; -8)$.

Задание 36. Найти фокус F и уравнение директрисы параболы $y^2 = 24x$.

Задание 37. Установить, что каждое из данных уравнений определяет параболу, и найти координаты ее вершины A и величину параметра параболы p: 1) $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2$; 2) $y = 4x^2 - 8x + 7$; 3) $y = -\frac{1}{6}x^2 + {}$ $+2x - 7$; 4) $x = 2y^2 - 12y + 14$; 5) $x = -\frac{1}{4}y^2 + y$; 6) $x = -y^2 + {}$ $+2y - 1$.

Задание 38. Определить точки пересечения прямой и параболы:

1) $x + y - 3 = 0,\ x^2 = 4y$;

2) $3x - 2y + 6 = 0,\ y^2 = 6x$.

Задание 39. Определить точки пересечения:

1) эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ и параболы $y^2 = 24x$:

2) гиперболы $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = -1$ и параболы $y^2 = 3x$;

3) двух парабол $y = x^2 - 2x + 1$ и $x = y^2 - 6y + 7$.

Задание 40. Провести касательную к параболе $y^2 = 12x$ параллельно прямой $3x - 2y + 30 = 0$ и вычислить расстояние d между этой касательной и данной прямой.

Ответы:

1. 1)$(x+2)^2+(y-3)^2=25$; 2) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+(y+1)^2=\frac{1}{4}$. **2.** 1)$(x-3)^2+y^2=9$; 2)$(x+4)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{137}{4}$; 3)$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2++\left(y+\frac{7}{4}\right)^2=\frac{61}{16}$. **3.** $(x+2)^2+(y+1)^2=25$; точки A, C, D, E лежат внутри круга; точка B – вне круга; точка F – на окружности. **4.** $(x+2)^2+(y-3)^2=8{,}1$. **5.** $x^2+(y+1.5)^2=6.25$. **6.** $\left(x+\frac{3}{4}\right)^2++y^2=\frac{25}{16}$. **7.** $(x+1)^2+(y+2)^2=52$. **8.** $(x-1)^2+(y+1)^2=1$. **9.** $\sqrt{34}$. **10.** $\left(2\pm\sqrt{11};\ 0\right)$, $(0;1)$, $(0;\ -7)$. **11.** $(0{,}4;2{,}2)$, $(-1;\ -2)$. **12.** $(x-4)^2+(y-6)^2=4$. **13.** 1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$; 2) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$; 3) $\frac{x^2}{169}++\frac{y^2}{144}=1$; 4) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$; 5) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$; 6) $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{25}=1$; 7) $\frac{x^2}{5}+y^2==1$; 8) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$; 9) $\frac{x^2}{13}+\frac{y^2}{9}=1$ или $\frac{x^2}{\frac{117}{4}}+\frac{y^2}{9}=1$; 10) $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$. **14.** 1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{49}=1$; 2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$; 3) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$; 4) $\frac{x^2}{94}+\frac{y^2}{100}=1$; 5)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$; 6)$\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{16}=1$. **15.** 1)4 и 3; 2) 2 и 1; 3) 5 и 1; 4) $\frac{5}{2}$ и $\frac{5}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$ и 1. **16.** 1) 5 и 3; 2) $F(-4;0)$ и $F(4;0)$; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $x=\pm\frac{25}{4}$. **17.** 16. **18.** $r_1=2{,}6$, $r_2=7{,}4$. **19.** $\left(-5;\ 3\sqrt{3}\right)$, $\left(-5;\ -3\sqrt{3}\right)$. **20.** $C(3;\ -1)$, полуоси *3* и $\sqrt{5}$, эксцентриситет $=\frac{2}{3}$, уравнения директрис: $2x-15=0$ и $2x+3=0$. **21.** $(3;2)$, $(3;\ -2)$. **22.** 1)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$; 2) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$; 3) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$; 4) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$; 5) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$; 6) $\frac{x^2}{144}-\frac{y^2}{25}=1$; 7) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$; 8) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$. **23.** 1)$a=3, b=2$; 2)$a=4, b=1$; 3)$a=4, b=2$; 4)$a=1, b=1$; 5)$a=\frac{5}{2}, b=\frac{5}{3}$; 6)$a=\frac{1}{5}, b=\frac{1}{4}$. **24.** 1) 1)$a=3, b=4$; 2)$F_1(-5;0), F_2(5;0)$; 3)$\frac{5}{3}$; 4)$y=\pm\frac{4}{3}x$; 5)$x=\pm\frac{9}{5}$. **25.** 1) 1)$a=3, b=4$; 2) $F_1(0;-5), F_2(0;5)$; 3)$\frac{5}{4}$; 4) $y=\pm\frac{4}{3}x$; 5) $y=\pm\frac{16}{5}$. **26.** 12 кв.ед. **27.** 1)$\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$; 2)$x^2-y^2=1$. **28.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$. **29.** 1) центр $(2;\ -3)$, полуоси $a=3, b=4$, эксцентриситет $=\frac{5}{3}$, уравнения директрис:$5x-1=0$, $5x-19=0$, уравнения асимптот:$4x-3y-17=0$, $4x+3y+1=0$; 2) центр $(-5;\ 1)$, полуоси $a=8, b=6$, эксцентриситет равен 1,25, уравнения директрис: $x+11{,}4=0$, $x-1{,}4=0$, уравнения асимптот: $3x+4y+11=0$, $3x-4y+19=0$. **30.** $(6;2)$, $\left(\frac{14}{3};\ -\frac{2}{3}\right)$. **31.** $10x-3y-32=0$; $10x-3y+32=0$. **32.** $x=4$; $x=-4$; $y=1$; $y=-1$. **33.** 1) $y^2=6x$; 2) $y^2=-x$; 3) $x^2=\frac{1}{2}y$; 4) $x^2=-6y$. **34.** 1)$p=3$; в правой полуплоскости симметрично оси Ox; 2) $p=2{,}5$; в верхней полуплоскости симметрично оси Oy; 3) $p=2$; в левой полуплоскости симметрично оси Ox; 4) $p=\frac{1}{2}$; в нижней полуплоскости симметр. Оси Oy. **35.** 1) $y^2=4x$; 2) $y^2=-9x$; 3) $x^2=y$; 4) $x^2=-2y$. **36.** $F(6;0), x+6=0$. **37.** 1)$A(-2;1), p=2$; 2)$A(1;3), p=\frac{1}{8}$; 3)$A(6;-1), p=3$; 4)$A(-4;3), p=\frac{1}{4}$; 5)$A(1;2), p=2$; 6) $A(0;1), p=\frac{1}{2}$. **38.** 1) $(2;1),(-6;9)$; 2) не пересекаются. **39.** 1)$(6;12),(6;\ -12)$; 2)$\left(10;\ \sqrt{30}\right),\left(10;\ -\sqrt{30}\right)$, $\left(2;\ \sqrt{6}\right),\left(2;\ -\sqrt{6}\right)$; 3)$(2;1)$, $(-1;4)$, $\left(\frac{3+\sqrt{13}}{2};\ \frac{7+\sqrt{13}}{2}\right)$, $\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2};\ \frac{7-\sqrt{13}}{2}\right)$. **40.** $d=2\sqrt{13}$.

Дополнительные задачи
(предлагались в тестах интернет-экзаменов ГОС и ФГОС)

Задание 1. Расстояние между точками $B(-3;\ -4)$ и $D(6;8)$ равно:
1) 15; 2) 13; 3) 14; 4) 16.

Задание 2. Расстояние между точками $A(1;2)$ и $B(k;\ -2)$ равно 5 при k, равном:
1) 1; 2) 6; 3) 10; 4) 4.

Задание 3. Точки $A(-2;\ -3)$ и $M(x;y)$ лежат на одной прямой, параллельной оси абсцисс. Расстояние между точками A и M равно 5. Тогда отрицательные координаты точки M равны:
1)$(-7;\ -3)$; 2)$(-3;\ -7)$; 3)$(-2;\ -8)$; 4)$(-3;\ -3)$.

Задание 4. Известно, что точка $M(x;y)$ лежит на оси ординат и равноудалена от точек $A(8;1)$ и $B(2;\ -1)$. Тогда точка M имеет координаты…

Задание 5. Даны точки $A(5;-8)$ и $B(-3;4)$. Тогда ордината середины отрезка AB равна:
1) 2; 2) -2; 3) 1; 4) -4.

Задание 6. Даны точки $A(2;3)$ и $B(-6;5)$. Тогда координаты середины отрезка AB равны:
1)$(-2;8)$; 2)$(-2;4)$; 3)$(-4;8)$; 4)$(-4;1)$.

Задание 7. Даны точки $A(3;-1)$ и $B(2;1)$. Тогда координаты точки M, симметричной точке A относительно точки B, равны:
1)$(4;\ -3)$; 2)$(-3;4)$; 3)$(3;1)$; 4)$(1;3)$.
Задание 8. Даны точки $A(3;-1)$ и $B(-1;2)$. Тогда точка $C(x;y)$ пересечения отрезка AB с осью Ox делит этот отрезок в отношении:
1) 1:2; 2)1:3; 3)2:1; 4)3:1.
Задание 9. Даны две смежные вершины квадрата: $A(3;7)$ и $B(-1;4)$.Тогда площадь этого квадрата равна:
1) 13; 2) 25; 3) 125; 4) 137.
Задание 10. Расположите по возрастанию длины сторон треугольника ΔABC, где $A(-3;5)$, $B(-7;6)$, $C(-5;7)$. Укажите порядковый номер для всех вариантов ответов:
$|BC|$; $|AB|$; $|AC|$.
Задание 11. Расположите по возрастанию длины сторон треугольника ΔABC, где $A(-1;5)$, $B(7;7)$, $C(-5;7)$. Укажите порядковый номер для всех вариантов ответов:
$|BC|$; $|AC|$; $|AB|$.
Задание 12. Точка $A\left(2;\ \frac{5\pi}{6}\right)$ задана в полярной системе координат. Тогда в прямоугольной системе координат точка имеет вид:
1)$\left(-\sqrt{3};1\right)$; 2)$\left(1;\ -\sqrt{3}\right)$; 3)$\left(\sqrt{3};\ -\right)$; 4)$(2;150)$.
Задание 13. Полярные координаты точки $A(3;4)$ имеют вид:
1)$\left(5;arctg\,\frac{3}{4}\right)$; 2) $\left(5;arctg\,\frac{4}{3}\right)$; 3) $\left(25;arctg\,\frac{4}{3}\right)$; 4) $\left(25;arctg\,\frac{3}{4}\right)$.
Задание 14. Точка $M\left(-1;\ -\sqrt{3}\right)$ задана в прямоугольной системе координат. Тогда ее полярные координаты $(r;\ \varphi)$ $(r \geq 0;\ -\pi < \varphi < \pi$, при условии, что начало координат прямоугольной системы совпадает с полюсом полярной системы, а положительная полуось Ox – с полярной осью и обе системы координат – правые, равны:
1) $r=-\frac{2\pi}{3},\ \varphi=2$; 2) $r=2,\ \varphi=\frac{\pi}{3}$; 3) $r=2,\ \varphi=-\frac{2\pi}{3}$; 4) $r=2,\ \varphi=-\frac{5\pi}{6}$.
Задание 15. Точка A симметрична точке $B\left(2;\ \frac{\pi}{6}\right)$ относительно полярной оси, $(r \geq 0;\ -\pi < \varphi < \pi)$. Тогда прямоугольные координаты точки $A(x;y)$, при условии, что начало координат прямоугольной системы совпадает с полюсом полярной системы, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью и обе системы координат – правые, равны…
Задание 16. В полярных координатах уравнение луча, проходящего через полюс под углом $\frac{\pi}{6}$ к полярной оси, имеет вид:

1)$sin\varphi = \frac{1}{2}$; 2)$tg\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$; 3)$\varphi = \frac{\pi}{6}$; 4)$cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Задание 17. Угловой коэффициент прямой $6x + 2y - 5 = 0$ равен:

1) 2; 2) 3; 3) -6; 4) -3.

Задание 18. Уравнением прямой, параллельной $y = 2x - 1$, является:

1) $y = 2x + 3$; 2) $y = -2x - 1$; 3) $y = -x + 3$; 4) $y = x - 2$.

Задание 19. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;\ -2)$ параллельно вектору $\vec{S} = (2; 3)$, имеет вид…

Задание 20. Угловой коэффициент прямой, проходящей через точки $O(0; 0)$ и $B(-2; 1)$, равен:

1) -2; 2) 2; 3) -0,5; 4) 0,5.

Задание 21. Угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $M(-3; 1)$ равен $-\frac{2}{3}$. Тогда ее уравнение имеет вид:

1) $2x + 5y - 9 = 0$; 2) $2x + 3y + 9 = 0$;

3) $2x - 3y + 9 = 0$; 4) $2x + 3y + 3 = 0$.

Задание 22. Прямая проходит через точку $M(1;\ -2)$перпендикулярно прямой $3x - 2y + 5 = 0$. Тогда общее уравнение этой прямой имеет вид…

Задание 23. Точка $A(-2; 3)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую линию. Тогда уравнение этой прямой имеет вид:

1)$2x - 3y + 5 = 0$; 2)$2x + 3y + 5 = 0$;

3)$2x - 3y + 13 = 0$; 4)$2x + 3y - 5 = 0$.

Задание 24. Даны координаты трех вершин треугольника на плоскости Xo: $A(12;\ 0), B(18; 8), C(0;\ 5)$. Вычислить длину стороны *AB*:

1) 10; 2) -10; 3) 4; 4) 7.

Задание 25. Даны координаты трех вершин треугольника на плоскости Xo : $A(12;\ 0), B(18; 8), C(0;\ 5)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точки A и B:

1) $x + 9\frac{9}{13}y - 1 = 0$; 2) $4\frac{4}{13}x - y - 7 = 0$;

3) $-4x + 3y - 48 = 0$; 4) $4x - 3y - 48 = 0$.

Задание 26. Даны координаты трех вершин треугольника на плоскости Xoy : $A(12;\ 0), B(18; 8), C(0;\ 5)$. Найти расстояние от вершины B до стороны AC.

1) $\frac{\sqrt{330}}{30}$; 2) $9\frac{9}{13}$; 3) 3; 4) $4\frac{4}{13}$

Задание 27. Даны координаты трех вершин треугольника на плоскости Xoy : $A(12;\ 0), B(18;8), C(0;\ 5)$. Составить уравнение высоты, проведенной из вершины C:

1) $4x - 3y = 0$; 2) $3x + 4y - 20 = 0$;

3) $3x + 4y + 20 = 0$; 4) $x - 9\frac{9}{13}y - 9 = 0$.

Задание 28. В треугольнике с вершинами $A(2;\ -1), B(-4;3), C(-2;\ -5)$ уравнение высоты, проведенной из вершины C, имеет вид:

1) $3x - 2y - 4 = 0$; 2) $2x - 3y - 11 = 0$;

3) $3x - 2y + 4 = 0$; 4) $2x - 3y + 11 = 0$.

Задание 29. Прямая проходит через точки $M_1(1;-5)$ и $M_2(-4;-2)$. Тогда общее уравнение этой прямой имеет вид:

1) $3x + 5y + 22 = 0$; 2) $5x + 3y + 10 = 0$;

3) $3x - 5y - 28 = 0$; 4) $3x + 7y - 22 = 0$.

Задание 30. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(3;\ -5)$, $B(4;2)$ имеет вид:

1) $7x - y - 26 = 0$; 2) $7x - 3y = 0$; 3) $3x - 5y + 1 = 0$;

4) $y = -x$; 5) $3x - 5y - 6 = 0$.

Задание 31. Дано уравнение прямой $2x + 3y - 6 = 0$. Тогда уравнение этой прямой «в отрезках» имеет вид:

1)$\frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} = 1$; 2)$\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} = 1$; 3)$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$; 4)$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

Задание 32. Прямая отсекает на оси Oy отрезок $b = 5$ и имеет угловой коэффициент $\frac{2}{3}$. Тогда ее общее уравнение имеет вид:

1)$-2x + y - 5 = 0$; 2)$2x + 3y + 15 = 0$;

3)$2x + 3y - 15 = 0$; 4)$2x - 3y + 15 = 0$.

Задание 33. Среди прямых $l_1: x + 3y - 5 = 0$, $l_2: 2x + 6y - 3 = 0$, $l_3: 2x - 6y - 3 = 0$, $l_4: -2x + 6y - 5 = 0$ параллельными являются:

1) l_1 и l_4; 2) l_2 и l_3; 3) l_1 и l_2; 4) l_3 и l_4.

Задание 34. Длина отрезка, отсекаемого прямой $2x + 3y - 6 = 0$ на оси Oy, равна:

1) 4; 2) 2; 3) -2; 4) 6.

Задание 35. Прямые $3x - y - 5 = 0$ и $x - 4y + 2 = 0$ пересекаются в точке с координатами:

1)$(2;1)$; 2)$(-2;1)$; 3)$(2;\ -1)$; 4)$(-2;\ -1)$.

Задание 36. Прямая $2x - 5y + 4 = 0$ параллельна прямой:

1)$-2x - 5y + 6 = 0$; 2) $2x + 5y + 5 = 0$;

3) $5x + 2y + 7 = 0$; 4) $2x - 5y + 8 = 0$.

Задание 37. Уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 5y + 11 = 0$ и $x - 4y + 10 = 0$ параллельно прямой $6x - 5y + 7 = 0$, имеет вид:
1) $6x - 5y + 3 = 0$; 2) $5x + 6y + 28 = 0$;
3) $5x + 6y - 28 = 0$; 4) $6x - 5y - 3 = 0$.
Задание 38. Уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - 4y - 2 = 0$ и $5x + 3y - 13 = 0$ перпендикулярно прямой $2x + 3y + 11 = 0$, имеет вид:
1) $3x - 2y - 4 = 0$; 2) $2x + 3y + 7 = 0$;
3) $2x + 3y - 7 = 0$; 4) $3x - 2y + 4 = 0$.
Задание 39. Уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x - y - 3 = 0$ и $2x + 3y - 11 = 0$ перпендикулярно прямой $5x - 4y - 17 = 0$, имеет вид:
1) $4x + 5y - 21 = 0$; 2) $5x - 4y - 16 = 0$;
3) $4x + 5y + 21 = 0$; 4) $5x - 4y + 16 = 0$.
Задание 40. Найти расстояние от точки $A(2; 5)$ до прямой $6x + 8y + 5 = 0$:
1) 5,2; 2) 15,96; 3) -8,5; 4) 5,7; 5) 4.
Задание 41. Острый угол между прямыми линиями $l_1: x - 2 = 0$ и $l_2: y = x + 1$ равен:
1) $\frac{\pi}{3}$; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{3\pi}{4}$.
Задание 42. Радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 2y = 0$, равен:
1) 1; 2) 4; 3) 3; 4) -1.
Задание 43. Радиус окружности, заданной уравнением $3x^2 + 3y^2 - 6x + 8y = 0$, равен:
1)$\frac{25}{9}$; 2)5; 3)$\frac{5}{\sqrt{3}}$; 4)$\frac{5}{3}$; 5)1.
Задание 44. Если уравнение окружности имеет вид $x^2 + y^2 = 16$, то его центром C и радиусом r являются:
1)$C(0; 0), r = 16$; 2)$C(0; 0), r = 4$; 3)$C(1; 1), r = 16$; 4)$C(1; 1), r = 4$.
Задание 45. Уравнение $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ определяет окружность с центром в точке…
Задание 46. Расстояние между центрами окружностей, заданных уравнениями $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ и $x^2 + y^2 = 1$, равно…
Задание 47. Каноническое уравнение эллипса с полуосями $a = 3$ и $b = 2$, с центром в начале координат имеет вид…

Задание 48. Укажите соответствие между кривыми второго порядка и их уравнениями:

1) $3x^2 + y = 4$; 2) $3x^2 - y^2 = 4$; 3) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$;

4) $(x+6)^2 + (y-1)^2 = 16$.

окружность; гипербола; парабола; эллипс.

Задание 49. Уравнением кривой второго порядка $2x^2 - y^2 + 8x - 2y + 1 = 0$ на плоскости определяется:

1) пара пересекающихся прямых; 2) парабола; 3) гипербола; 4) эллипс.

Задание 50. Уравнением кривой второго порядка
$2x^2 + 5y^2 + 12x + 8 = 0$ на плоскости определяется:

1) парабола; 2) гипербола; 3) пара пересекающихся прямых; 4) эллипс.

Задание 51. Уравнением кривой $9x^2 - 4y^2 - 36x - 24 = 0$ является:

1) гипербола; 2) парабола; 3) эллипс; 4) окружность.

Задание 52. Уравнением кривой $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 7 = 0$ является:

1) гипербола; 2) парабола; 3) эллипс; 4) окружность.

Задание 53. Уравнением кривой второго порядка
$3x^2 + 6y - 18x + 5 = 0$ на плоскости определяется:

1) парабола; 2) гипербола; 3) пара пересекающихся прямы; 4) эллипс.

Задание 54. Координаты фокусов гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$ находятся в точках $F_1(x_1;\ y_1)$ $F_2(x_2;\ y_2)$:

1)$(1; 0), (-1; 0)$; 2) $(5; 0), (-5; 0)$; 3)$(-7; 0), (7; 0)$; 4)$(0; 5), (0; -5)$.

Задание 55. Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, то длина ее действительной полуоси равна:

1) 16; 2) 3; 3) 9; 4) 4.

Задание 56. Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ равен:

1) 1,3; 2) 0,75; 3) 0,8; 4) 1,25.

Задание 57. Составить уравнение эллипса с центром симметрии $M(4;\ -1)$ и полуосями, равными 3 и 2 соответственно.

Задание 58. Каноническое уравнение гиперболы, у которой асимптоты пересекаются в точке (1; -2), а действительная и мнимая оси соответственно равны 4 и 8, имеет вид:

1) $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{64} = 1$; 2) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{8} = 1$; 3) $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{8} = 1$;

4) $\frac{(x+1)^2}{4^2} - \frac{(y-2)^2}{8^2} = 1$; 5) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$.

Задание 59. Эллипсы $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{5}=1$ и $\frac{(x-3)^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$ пересекаются в точках с абсциссой, равной:
1)1; 2)3; 3)4; 4)2.

Задание 60. Соотношение $\begin{cases} x = sin^2 t \\ y = 2cost \end{cases}$ в прямоугольной декартовой системе координат задает:
1) гиперболу; 2) параболу; 3) окружность; 4) эллипс.

Задание 61. Соотношение $\begin{cases} x = 2cos3t \\ y = 2sin3t \end{cases}$ при $t \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ на плоскости Oxy задает:
1) эллипс; 2) гиперболу; 3) окружность; 4) параболу.

Ответы:

Номер задания	1	2	3	5	6	7	8	9	12	13	14	16	17	18	20	21	23
Номер правил. ответа	1	4	1	2	2	4	1	4	1	2	3	3	4	1	3	4	3

Номер задания	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Номер правил. ответа	1	4	4	2	1	1	1	3	4	1и4	2	1	4	1	1	1

Номер задания	40	41	42	43	44	49	50	51	52	53	54	55	56	58	59	60	61
Номер правил. ответа	4	2	1	4	2	3	4	1	3	1	2	2	4	5	2	2	3

4. $M(0;15)$. **10.** $1\,|BC|$; $3\,|AB|$; $2\,|AC|$. **11.** $3\,|BC|$; $1\,|AC|$; $2\,|AB|$. **15.** $\left(\sqrt{3};\ -1\right)$. **19.** $3x-2y-7=0$. **22.** $2x+3y+4=0$. **45.** $(1;\ -2)$. **46.** $\sqrt{5}$. **47.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **48.** 4 – окружность; 2 – гипербола; 1 – парабола; 3 – эллипс. **57.** $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{2}=1$.

Список литературы

1. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. – 9-е изд. – Москва: Наука, 1967. – 254 с.
2. Лихолетов И.И. Руководство к решению задач по высшей математике, теории вероятностей и математической статистике / И.И. Лихолетов, И.П. Мацкевич. – 3-е изд. – Минск: Вышэйшая школа, 1976. – 452 с.
3. Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике / К.Н. Лунгу. – Москва: Айрис Пресс, 2006.
4. Сборник задач по высшей математике (с контрольными работами. 1 курс): учеб. пособие для студентов / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. – 9-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2011. – 576 с.
5. Шипачев В.С. Высшая математика: учебник и практикум для бакалавров / В.С. Шипачев; под. ред. А.Н. Тихонова. – 8-е изд. перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2014.

Содержание

МАТЕМАТИКА

Модуль «Аналитическая геометрия на плоскости».

Сборник заданий

Александрова Светлана Владимировна

Электронное издание

Редактор И.Н. Крицына

Подписано в свет 22.06.2022. Регистрационный номер 65
Редакционно-издательский центр Красноярского государственного аграрного университета
660017, Красноярск, ул. Ленина, 117
e-mail: rio@kgau.ru