

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет»

С.В. Александрова

МАТЕМАТИКА
Модуль «Линейная алгебра»

Сборник заданий

Электронное издание

Красноярск 2021

Рецензент
В.И. Иванов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Александрова, С. В.

Математика. Модуль «Линейная алгебра»: сборник заданий [Электронный ресурс] / С. В. Александрова; Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск, 2021. – 22 с.

Сборник заданий является дополнением к видеокурсу «Линейная алгебра» и может быть использован для самостоятельной работы по дисциплинам «Математика», «Линейная алгебра».

Предназначено для студентов всех форм и направлений обучения бакалавриата.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Красноярского государственного аграрного университета

©Александрова С.В., 2021
©ФГБОУ ВО «Красноярский государственный
аграрный университет», 2021

Задание 1. Выполните действия сложения, вычитания, умножения на число:

$$1.1 \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ -1 & 3 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & 12 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.2 \quad \begin{pmatrix} 10 & 1 & -20 \\ 1 & -2 & -19 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 & 11 \\ -3 & 11 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 1 \\ 4 & -8 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 & 2 & 10 \\ 0 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$1.4 \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ -1 & 3 & -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & 12 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.5 \quad \begin{pmatrix} -2 & 15 & 10 \\ -12 & 3 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.6 \quad \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ -1 & -2 & 6 \\ 10 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -7 & 5 & 1 \\ 2 & -10 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$1.7 \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -10 & 3 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & -12 & 1 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -5 & 10 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.8 \quad \begin{pmatrix} 1 & -9 & 10 \\ -2 & 1 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -9 & 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -5 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.9 \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 8 & 6 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 10 & -12 \\ 3 & 5 & 7 \\ 0 & -2 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 & 5 & 1 \\ 0 & -8 & 1 \\ 2 & 7 & 12 \end{pmatrix};$$

$$1.10 \quad 7 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ -1 & 3 & -9 \end{pmatrix};$$

$$1.11 \quad 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ -6 & 4 \end{pmatrix};$$

$$1.12 \quad -\frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -1 & -8 & 15 \\ 0 & 1 & -17 \end{pmatrix};$$

$$1.13 \quad 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix};$$

$$1.14 \quad -5 \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 7 & 1 \\ -2 & 4 & 8 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 1 \\ -10 & 2 & 7 \end{pmatrix} \right).$$

Ответы:

$$1.1 \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 2 & 15 & -7 \end{pmatrix}; 1.2 \begin{pmatrix} 12 & -1 & -9 \\ -2 & 9 & -17 \end{pmatrix};$$

$$1.3 \begin{pmatrix} -8 & 5 & 10 \\ -2 & 7 & 2 \\ -1 & -7 & 14 \end{pmatrix}; 1.4 \begin{pmatrix} -4 & 7 & -1 \\ -4 & -9 & -11 \end{pmatrix}; 1.5 \begin{pmatrix} -8 & 20 & 2 \\ -9 & 1 & 7 \end{pmatrix};$$

$$1.6 \begin{pmatrix} 12 & -1 & -1 \\ -3 & 8 & 6 \\ 11 & 2 & -1 \end{pmatrix}; 1.7 \begin{pmatrix} -5 & -5 & -9 \\ 1 & 6 & 9 \end{pmatrix}; 1.8 \begin{pmatrix} -1 & -13 & 10 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix};$$

$$1.9 \begin{pmatrix} 18 & 8 & -13 \\ 2 & 21 & 12 \\ -2 & -15 & 0 \end{pmatrix}; 1.10 \begin{pmatrix} 14 & 35 & 0 \\ -7 & 21 & -63 \end{pmatrix}; 1.11 \begin{pmatrix} 1 & 1,5 \\ 0,5 & 2,5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$1.12 \begin{pmatrix} -\frac{3}{12} & -\frac{2}{12} & -\frac{8}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{8}{12} & -\frac{15}{12} \\ 0 & -\frac{1}{12} & \frac{17}{12} \end{pmatrix}; 1.13 \begin{pmatrix} 19 & -6 \\ -5 & -2 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}; 1.14 \begin{pmatrix} -80 & -55 & -35 \\ 20 & 5 & -95 \\ -50 & 15 & 30 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Найдите произведение матриц:

$$2.1 \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$2.2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 2 & 7 \end{pmatrix};$$

$$2.3 \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2.4 \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 6 \end{pmatrix};$$

$$2.5 \begin{pmatrix} -4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 10 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$2.6 \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 10 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$2.7 \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2.8 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2.9 \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 4 \\ 3 & 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответы:

$$2.1 \begin{pmatrix} 3 & -39 \\ 6 & 37 \end{pmatrix}; 2.2 \begin{pmatrix} 5 & -17 \\ 10 & 35 \end{pmatrix}; 2.3 \begin{pmatrix} 15 & 31 & -4 \\ 14 & 20 & -10 \\ -29 & 47 & 25 \end{pmatrix};$$

$$2.4 \begin{pmatrix} 16 & -3 & -24 \\ 17 & 22 & 0 \\ -6 & -5 & 22 \end{pmatrix}; 2.5 \begin{pmatrix} 18 & -27 \\ 8 & 11 \end{pmatrix}; 2.6 \begin{pmatrix} 34 & 7 & 33 \\ -38 & 1 & -6 \\ -10 & -1 & -6 \end{pmatrix};$$

$$2.7 \begin{pmatrix} 18 & 9 & -12 \\ 10 & 5 & 2 \\ 18 & 9 & 0 \end{pmatrix}; 2.8 \begin{pmatrix} 11 & -2 \\ 33 & 12 \end{pmatrix}; 2.9 \begin{pmatrix} 18 & -4 & -16 & 38 \\ 62 & 109 & 11 & 112 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Выполните действия:

$$3.1 (A+2B)(C-2A); \quad 3.2 A^2 - BC; \quad 3.3 B^2 - C^2; \quad 3.4 (6AC + 3D)B,$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -8 \\ 2 & 4 & 0 \\ 10 & -7 & -8 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -10 & 5 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ответы:

$$3.1 \begin{pmatrix} 81 & -233 & -62 \\ 106 & -90 & -35 \\ 43 & -271 & -18 \end{pmatrix}; 3.2 \begin{pmatrix} 47 & 77 & 11 \\ -16 & 9 & -6 \\ 69 & 102 & 33 \end{pmatrix};$$

$$3.3 \begin{pmatrix} -76 & 44 & 12 \\ -53 & -55 & -42 \\ -112 & -12 & -68 \end{pmatrix}; 3.4 \begin{pmatrix} 3228 & -321 & -3096 \\ 3888 & 729 & -4008 \\ 858 & -417 & -792 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Вычислите определитель:

$$4.1 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}; 4.2 \begin{vmatrix} 1 & -9 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}; 4.3 \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix};$$

$$4.4 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}; 4.5 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}; 4.6 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$4.7 \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 7 \end{vmatrix}; 4.8 \begin{vmatrix} 5 & 2 & -10 \\ -1 & 8 & 2 \\ 3 & -7 & -6 \end{vmatrix}; 4.9 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ 7 & -8 & 9 \end{vmatrix};$$

$$4.10 \begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -8 \\ 9 & 8 & 7 \end{vmatrix}; 4.11 \begin{vmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 5 & 10 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}; 4.12 \begin{vmatrix} 0 & -5 & 7 \\ 1 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 8 \end{vmatrix};$$

$$4.13 \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 5 \\ -7 & 3 & -1 & 2 \\ 10 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & -7 & 1 \end{vmatrix}; 4.14 \begin{vmatrix} 0 & 23 & 4 \\ -5 & 29 & 7 \\ 1 & -10 & 6 \\ 5 & 48 & -5 \end{vmatrix};$$

$$4.15 \begin{vmatrix} -3 & 50 & -2 \\ 7 & -11 & 1 \\ 5 & 8 & -2 \\ -9 & 10 & 4 \end{vmatrix}.$$

Ответы:

4.1 -2; **4.2** 22; **4.3** -30; **4.4** 13; **4.5** 2; **4.6** -1; **4.7** -7; **4.8** 0; **4.9** 0; **4.10** 354; **4.11** 0; **4.12** -86; **4.13** -1433; **4.14** -958; **4.15** 1239

Задание 5. Найдите обратную матрицу. Сделайте проверку:

$$5.1 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}; \quad 5.2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}; \quad 5.3 \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}; \quad 5.4 \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$5.5 \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; 5.6 \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & -1 \\ 2 & 7 & 10 \end{pmatrix}; 5.7 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$5.8 \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -7 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}; 5.9 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & -1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 5.10 \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 4 & 5 \\ -3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответы:

$$5.1 \frac{1}{17} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}; 5.2 \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}; 5.3 -\frac{1}{14} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$5.4 -\frac{1}{16} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}; 5.5 -\frac{1}{39} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -7 & 9 \\ -7 & 2 & 3 \\ -7 & 2 & -36 \end{pmatrix};$$

$$5.6 \frac{1}{285} \cdot \begin{pmatrix} 57 & -30 & -3 \\ 38 & 30 & 3 \\ -38 & -15 & 27 \end{pmatrix}; 5.7 \frac{1}{20} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 4 & 24 \\ 0 & 0 & 20 \\ 5 & -2 & -7 \end{pmatrix};$$

$$5.8 \frac{1}{14} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -29 & 27 & 40 \\ -8 & 6 & 12 \end{pmatrix}; 5.9 -\frac{1}{47} \cdot \begin{pmatrix} -17 & 5 & -7 & -17 \\ -14 & 29 & -50 & 33 \\ 4 & -15 & 21 & 4 \\ 11 & -6 & -1 & 11 \end{pmatrix};$$

$$5.10 \frac{1}{46} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 8 & -18 & -26 \\ 10 & -6 & 2 & 8 \\ -22 & 27 & -9 & 33 \\ 10 & -6 & 2 & -38 \end{pmatrix}.$$

Задание 6. Решите матричное уравнение. Сделайте проверку:

$$6.1 A + X = B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -9 & 4 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -7 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$6.2 2A + 5X = B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 7 \\ -9 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 9 \\ 0 & -10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6.3 AX + B = O, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, O - \text{ нулевая матрица.}$$

$$6.4 AX + 2B = C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 7 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6.5 AX + DB = C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответы:

$$6.1 X = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 16 & -11 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}; 6.2 X = \begin{pmatrix} -1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3,6 & -2 & -1,8 \end{pmatrix};$$

$$6.3 X = -\frac{1}{15} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 35 & -7 \end{pmatrix}; 6.4 X = \frac{1}{146} \cdot \begin{pmatrix} -242 & 358 \\ -64 & 44 \\ 156 & -308 \end{pmatrix};$$

$$6.5 X = \begin{pmatrix} 28,5 & -8 & -18 \\ -6,9 & 2,7 & -9,9 \\ 14,3 & -4,2 & -10,2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Решите систему уравнений методом Крамера, матричным методом. Сделайте проверку:

$$7.1 \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 15 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 8 \\ -2x_1 + 7x_2 - 6x_3 = -1 \end{cases}; 7.2 \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ -3x_1 - 3x_2 + x_3 = -12; \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

$$7.3 \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_3 = 28 \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - 8x_3 = -19 \end{cases}; 7.4 \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 25 \\ 3x_1 - 7x_2 + x_3 = -20; \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

$$7.5 \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -18 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = 3 \\ -2x_1 + 7x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -30; \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

$$7.6 \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ -7x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 18 \\ 2x_1 + 8x_2 - x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

Ответы:

$$7.1 \quad x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = -2;$$

$$7.2 \quad x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 0;$$

$$7.3 \quad x_1 = 5, x_2 = 0, x_3 = 3;$$

$$7.4 \quad x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -2;$$

$$7.5 \quad x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 3, x_4 = -5;$$

$$7.6 \quad x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$$

Задание 8. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку:

$$8.1 \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -7 \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 5 \\ 2x_1 - 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -21 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_4 = 18 \end{cases}; 8.2 \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = -16 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 11 \\ -5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 12 \end{cases}$$

$$8.3 \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ -6x_1 - 3x_2 + 9x_3 - 3x_4 = -2 \end{cases}; 8.4 \begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ -4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$8.5 \begin{cases} 9x_1 + 6x_2 = 51 \\ 2x_1 - 8x_2 = 30 \\ -7x_1 - 10x_2 = -29 \\ 5x_1 + 6x_2 = 23 \\ -3x_1 + 16x_2 = -53 \end{cases}; 8.6 \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 = 10 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 15 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = -5 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 22 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

$$8.7 \begin{cases} -3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -2 \\ -7x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -26 \\ -7x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -28 \\ -12x_1 + 4x_2 - x_3 + 5x_4 = -48 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 = 37 \end{cases}$$

Ответы:

8.1 $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = -3;$

8.2 $x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 4, x_4 = 3;$

8.3 система несовместна;

8.4 $x_1 = 0,55 + 0,45t; x_2 = 0,95 + 0,05t; x_3 = 0,25 + 0,75t;$
 $x_4 = t;$

8.5 $x_1 = 7; x_2 = -2;$

8.6 $x_1 = 3t + v + 4, x_2 = t, x_3 = v, x_4 = 1 - t;$

8.7 $x_1 = 5 + t; x_2 = 1 + 2t; x_3 = -8 + t; x_4 = t.$

Задание 9. Дополнительные задачи (предлагались в тестах интернет-экзаменов ГОС и ФГОС):

9.1 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$

Установите соответствие между двумя множествами: действий и результатов 1) $A \cdot B$; 2) $A \cdot C$; 3) $B \cdot C$.

Варианты ответов: 1) $\begin{pmatrix} 11 & 11 \\ -19 & -29 \end{pmatrix};$ 2) $\begin{pmatrix} -14 & 16 \\ -12 & 31 \end{pmatrix};$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -19 & 6 \end{pmatrix};$

4) $\begin{pmatrix} 13 & 21 \\ 14 & 4 \end{pmatrix};$ 5) $\begin{pmatrix} 23 & -44 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}.$

9.2 Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 0 \\ 7 & -5 & 9 \\ -3 & 2 & \lambda \end{pmatrix}$ равен двум при λ , равном ...

9.3 Произведение матриц с размерностями $[2 \times m]$ и $[2k \times 3]$ возможно при $m = \dots$ и $k = \dots$

9.4 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 5 \\ -3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 5 & -6 & -4 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$ Тогда матрица $C = A + 2B$ имеет вид...

9.5 Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 & -6 \end{pmatrix}$ равен...

9.6 Определитель $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & 5 \\ -6 & 3 & -9 \end{vmatrix}$ равен...

9.7 Матрица, обратная данной матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, имеет вид...

9.8 Обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \\ -6 & -4 - \alpha & -3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ не существует при $\alpha = \dots$

9.9 Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ после приведения к треугольному виду может быть записан как...

9.10 Корень уравнения $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 12$ равен...

9.11 Выражение $3A^T - B$ для матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 4 \\ 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 7 \\ -11 & -2 & -6 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ равно...

9.12 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда матрица $D = 3A - 2B + C$ равна...

9.13 Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$. Если E – единичная матрица того же размера, что и матрица A , то матрица $C = 3A - 2E$ равна...

9.14 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда произведение матриц $A \cdot B^T$ равно...

9.15 Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Тогда матрица A^2 имеет вид...

9.16 Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ равен...

9.17 Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, вычисленный методом элементарных преобразований, равен...

9.18 Дана матрица $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, где $|a| \neq |b|$. Тогда обратная матрица A^{-1} может быть представлена в виде ...

9.19 Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 3 & \lambda & 2 \end{pmatrix}$ не имеет обратной при $\lambda = \dots$

9.20 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$. Тогда решение матричного уравнения $A \cdot X = B$ имеет вид...

9.21 Для матрицы $A = \begin{pmatrix} a^2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ существует обратная, если a равно...

9.22 Корень уравнения $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = x$ равен...

9.23 Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & b \\ 3 & a & 9 \end{pmatrix}$ равен единице, если a и b принимают значения...

9.24 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда существует произведение матриц: $A \cdot B \cdot C$, $A \cdot C \cdot B$, $B \cdot C \cdot A$, $C \cdot A \cdot B$, $C \cdot B \cdot A$?

9.25 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. Тогда решение матричного уравнения $X \cdot A = B$ имеет вид...

9.26 Решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 7x + 4y = 3 \\ 3x - 5y = 8 \end{cases}$ методом Крамера можно представить как ...

9.27 Если x_0 и y_0 являются решением системы линейных уравнений $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$, то их разность $y_0 - x_0$ равна...

9.28 Однородная система линейных уравнений $\begin{cases} 6x + \lambda y = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$ имеет единственное решение, если λ равно...

9.29 Система линейных уравнений $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + \lambda y = 2 \end{cases}$ не имеет решений, если λ равно...

9.30 Система линейных уравнений имеет единственное решение, если λ не равно...

9.31 Сколько решений имеет система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 4x + 5y + 6z = 2 \end{cases}?$$

9.32 Система линейных уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ y - z = 2 \\ 2y + \lambda z = 5 \end{cases}$$
 несовместна, если λ равно...

9.33 Если для системы уравнений
$$\begin{cases} 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y - 5z = 7 \end{cases}$$
 реализовать прямой ход метода Гаусса, то в итоге получится система...

9.34 При каком значении x матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3x \\ 6 & x^3 \end{pmatrix}$ имеет обратную?

9.35 Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Элементы второй строки первого столбца произведения $A \cdot B$ равен...

9.36 Предприятие производит изделия двух видов - A_1 и A_2 , используя для этого сырье двух типов B_1 и B_2 . Нормы затрат сырья на единицу продукции каждого вида и объемы расхода за один день заданы таблицей:

Норма расхода сырья на единицу продукции, усл.ед.	Вид сырья	
	B_1	B_2
Изделие A_1	4	5
Изделие A_2	3	7
Расход сырья на 1 день, усл.ед.	1350	2500

Пусть ежедневный объем выпуска изделий A_1 и A_2 составляет x_1 и x_2 соответственно, тогда математическая модель для нахождения ежедневного выпуска каждого вида изделий может иметь вид...

9.37 Предприятие, специализирующееся на производстве верхней одежды, для производства плащей и курток использует сырье трех типов: C_1, C_2, C_3 . Нормы расхода каждого из них на производство единицы продукции каждого вида и объем расхода сырья за 1 день заданы таблицей:

Норма расхода сырья на единицу продукции, усл.ед	Вид сырья		
	C_1	C_2	C_3
Пальто	5	6	3
Плащи	3	4	5
Куртки	1	2	4
Расход сырья на 1 день, усл.ед.	2000	2600	2200

Пусть ежедневный объем выпуска пальто, плащей и курток составляет x_1 , x_2 и x_3 соответственно.

- 1) Тогда математическая модель для нахождения ежедневного выпуска каждого вида верхней одежды может иметь вид...
- 2) Установите соответствие между видом изделия и ежедневным объемом его выпуска.

- | | |
|----------|---------|
| 1.Пальто | 1. 150. |
| 2.Плащи | 2. 350. |
| 3.Куртки | 3. 250. |
| | 4. 300. |
| | 5. 200. |
| | 6. 100. |

9.38 Определитель, не равный нулю, может иметь вид: 1) $\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$,
 2) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}$.

9.39 Определитель, равный нулю, может иметь вид 1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 9 & 6 \end{vmatrix}$,
 2) $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -0 & 0 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -6 & 2 \end{vmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$.

9.40 Корень уравнения $\begin{vmatrix} 6 & -x \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$ равен...

9.41 Корень уравнения $\begin{vmatrix} 4 & x \\ x & 9 \end{vmatrix} = 0$ равен...

9.42 Корень уравнения $\begin{vmatrix} 4 & 12 \\ 3 & x^2 \end{vmatrix} = 0$ равен...

9.43 Определитель $\begin{vmatrix} 3 & \alpha \\ 6 & 8 \end{vmatrix}$ равен нулю, если значение α равно...

9.44 Определитель $\begin{vmatrix} \lambda & 6 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$ равен нулю, если значение λ равно...

9.45 Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда алгебраическим дополнением элемента $a_{21} = 5$ является.....

Варианты ответов: 1) -4; 2) 5; 3) 1; 4) 4.

9.46 Если x_0 и y_0 являются решением системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}, \text{ тогда } y_0 + x_0 \text{ равно...}$$

Варианты ответов: 1) 3,5; 2) -3,5; 3) -0,5; 4) 0,5

9.47 Для матрицы $A = \begin{pmatrix} a^2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ существует обратная, если a равно...

Варианты ответов: 1) -1; 2) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; 3) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$; 4) 1.

9.48 Система линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 4x + 5y + 6z = 2 \end{cases}$

Варианты ответов: 1) имеет единственное решение; 2) не имеет решений; 3) имеет бесконечное множество решений; 4) имеет два решения.

9.49 Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & b \\ 3 & a & 9 \end{pmatrix}$ равен единице, если a и b принимают значения...

Варианты ответов: 1) $a = 9, b = 2$; 2) $a = 6, b = 3$;

3) $a = 3, b = 6$; 4) $a = 2, b = 9$.

9.50 Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 & -6 \end{pmatrix}$ равен...

Варианты ответов: 1) 4; 2) 2; 3) 3; 4) 0.

9.51 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 5 \\ -3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 5 & -6 & -4 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$. Тогда

матрица $C = A + 2B$ имеет вид ...

Варианты ответов: 1) $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 4 \\ 10 & -12 & -8 \\ 0 & 4 & -10 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 9 & -4 & 4 \\ 8 & -9 & -3 \\ -3 & 8 & -3 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 6 \\ -6 & 10 & 9 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ -3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответы:

9.1 1-3; 2-1; 3-4;

9.2 $\lambda = 0$ (чтобы ранг матрицы A равнялся двум, необходимо, чтобы все миноры третьего порядка равнялись 0);

9.3 $m = 3, k = 1$; **9.4** $\begin{pmatrix} 9 & -4 & 4 \\ 8 & -9 & -3 \\ -3 & 8 & -3 \end{pmatrix}$; **9.5** 3;

9.6 0 (первая и третья строки пропорциональны);

9.7 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; **9.8** -16;

9.9 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{5}{3} \end{vmatrix}$; **9.10** 10; **9.11** $\begin{pmatrix} 6 & 5 & 5 \\ -7 & -7 & -9 \\ 7 & 9 & 7 \end{pmatrix}$;

9.12 $\begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 7 & -7 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$; **9.13** $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 9 \\ -3 & 7 & 3 \\ 0 & 12 & 4 \end{pmatrix}$;

9.14 $(7 \ 1 \ 5)$; **9.15** $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$; **9.16** 1; **9.17** 4;

9.18 $\frac{1}{a^2-b^2} \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & a \end{pmatrix}$; **9.19** 0; **9.20** $\begin{pmatrix} -11 & -3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$;

9.21 Любое число, кроме $a=-1$;

9.22 -3; **9.23** $a=6, b=3$; **9.24** $C \cdot A \cdot B$; **9.25** $\begin{pmatrix} 8 & -11 \\ -18 & 25 \end{pmatrix}$;

9.26 $x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 8 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}}, y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}}$; **9.27** -2; **9.28** -4;

9.29 $-\frac{5}{3}$; **9.30** -7,5;

9.31 Имеет бесконечное множество решений;

9.32-2; **9.33** $\begin{cases} x + \frac{5}{2}y - 4z = 2 \\ y - z = 1 \\ z = 1 \end{cases}$;

9.34 При любом, кроме $x = 0, x = \pm 3$; **9.35** 17;

9.36 $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 1350 \\ 5x_1 + 7x_2 = 2500 \end{cases}$;

9.37 1) $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 2000 \\ 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2600 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 2200 \end{cases}$; 2) 1-4, 2-6, 3-5;

9.38 1, 3; **9.39** 1, 2, 4, 5; **9.40** -3; **9.41** -6; 6; **9.42** -3; 3; **9.43** 4;

9.44 9; **9.45** 4. **9.46** 4. **9.47** 4. **9.48** 3. **9.49** 2. **9.50** 3. **9.51** 2.

Задание 10. Дополнительные задачи (предлагались в тестах аккредитационных интернет-экзаменов, базовый уровень сложности).

10.1 Вычислите $A + C$, если: $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

Варианты ответов: 1) $A + C = \begin{pmatrix} 0 & -12 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$, 2) $A + C = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$,

3) $A + C = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$, 4) $A + C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$.

10.2 Вычислите $A + C$, если: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

Варианты ответов: 1) $A + C = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, 2) $A + C = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

3) $A + C = \begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$, 4) $A + C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$.

10.3 Вычислите $C \cdot A$, если: $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$.

Варианты ответов: 1) $C \cdot A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 11 & -62 \end{pmatrix}$, 2) $C \cdot A = \begin{pmatrix} -5 & 14 \\ -21 & 58 \end{pmatrix}$,

3) $C \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, 4) $C \cdot A = \begin{pmatrix} -19 & -11 \\ -71 & -45 \end{pmatrix}$.

10.4 Вычислите определитель второго порядка: $\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -9 \end{vmatrix}$.

Варианты ответов: 1) 12; 2) 39; 3) 3; 4) -39.

10.5 Вычислите определитель второго порядка: $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}$

Варианты ответов: 1) -37; 2) 27; 3) 15; 4) 37.

10.6 Вычислите определитель второго порядка: $\begin{vmatrix} 1 & 25 \\ -4 & 95 \end{vmatrix}$

Варианты ответов: 1) 5; 2) -5; 3) -195; 4) 23.

10.7 Вычислите определитель третьего порядка: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Варианты ответов: 1) 13; 2) -17; 3) -1; 4) 1.

10.8 Вычислите определитель третьего порядка: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Варианты ответов: 1) -30; 2) 30; 3) 51; 4) 52.

10.9 Вычислите определитель третьего порядка: $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 5 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

Варианты ответов: 1) 40; 2) -40; 3) 32; 4) 86.

Ответы: 10.1 3; 10.2 4; 10.3 1; 10.4 4; 10.5 1; 10.6 1; 10.7 4; 10.8 2; 10.9 2.

Математика
Модуль «Линейная алгебра»

Сборник заданий

Александрова Светлана Владимировна

Электронное издание

Редактор

М. М. Ионина

Подписано в свет 18.05.2021. Регистрационный номер 81
Редакционно-издательский центр Красноярского государственного аграрного университета
660017, г. Красноярск, ул. Ленина, 117
e-mail: rio@kgau.ru